طرائف رياضية

الجزء الأول

للأعمار من ١٠ إلى ١٠٠ سنة

متتابعات ، أنماط ، أرقام ، أعداد ، مسائل ، ألغاز ، منطقيات ، اكمال عمليات ، أشكال عيدان كبريت ، ألعاب ، اقرأ

ط ر ا ئ ف ر ي ا ض ي ة
ر ا ئ ف ر ي ا ض ي ة
ا ئ ف ر ي ا ض ي ة
ئ ف ر ي ا ض ي ة
ف ر ي ا ض ي ة
ر ي ا ض ي ة
ي ا ض ي ة
ا ض ي ة
ض ي ة
ي ة
ة

اعداد

حسين نجم

الشركة العالمية للكتاب

مكتبة المدرسة

طرائف رياضية

الجزء الأول

للأعمار من ١٠ إلى ١٠٠ سنة

اعـــداد

حسين نجم

موجه الرياضيات بوزارة التربية سابقاً

قدم له

د. عدنان العقيل

جامعة الكويت

المدير العام لمؤسسة التقدم العلمي سابقاً

الشركة العالمية للكتاب

مكتبة المدرسة



الشركة العالمية للكتاب ش م ل

طباعة - نشر - توزيع

مكتبة المدرسة

دار الكتاب العالمي

الدار الافريقية العربية

دار التوفيق

الادارة العامة

الصنائع - مقابل الاذاعة اللبنانية

هاتف: ٣٤٩٢١٩ - ٣٤٩٣٧٠

فاكس: ٣٥١٢٢٦ - ١ - ٩٦١

ص.ب ٣١٧٦ - برقياً: كتالبان

بيروت - لبنان

الطبعة الأولى

١٩٩٤م / ١٤١٤هـ

شكر وعرفان

أشكر الأخ الدكتور عدنان العقيل - جامعة الكويت - لتفضله بالتقديم لهذا الكتاب واصداره شهادة أعتز بها سواء للكتاب أو لشخصي .

أشكر جميع الذين كانوا حافزاً لتنمية هذه الهواية عندي ، هواية الكتابة في الرياضيات الترويحية .

أشكر تلاميذي الذين كانوا يتحلقون حولي في يافا فيطلبون مني حزورة .

وفي الكويت في المباركية الثانوية وفي ثانوية الشويخ فيطلبون مني «غطاية» .

وأشكر المدرسين الذين اهتموا بما كتبته في ركن «فكر معي» و «ركن الهواة» في بعض كتبي المدرسية وطلبوا مني المزيد في هذا المجال .

بسم الله الرحمن الرحيم

تقديم

هذا الكتاب «طرائف رياضية» حقاً كتاب طريف وجيد يخرج أم العلوم - الرياضيات - من صلابتها وتجردها ويضعها في متناول المثقف العادي صغيراً كان أم كبيراً ، كما يمكن الاستمتاع بقراءته أفراداً أو جماعة ، وقضاء وقت طيب معه يعمل فيه المرء فكره ويزيد من ثقافته العلمية .

أما مؤلف هذا الكتاب فهو مرب فاضل ومدرس رياضيات له باع طويل في تدريس هذه المادة في مدارس الكويت ولسنوات عديدة ، وتتلمذ على يديه الكثير من أبناء الكويت وغيرهم من المقيمين فيها وقد شارك الاستاذ حسين نجم في تأليف العديد من كتب الرياضيات المقررة في التعليم العام ، وله خبرة واسعة في تطوير مناهج الرياضيات وبخاصة عندما كان موجهاً للرياضيات .

وأخيراً فان مثل هذا الكتاب نادراً ما يتوفر باللغة العربية فهو إضافة جيدة للمكتبة العربية .

د . عدنان العقيل

جامعة الكويت

٢٤ / ٥ / ٨٩

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة الكتاب

انه كتاب يحقق لك ما تريد ، إذا كنت تريد الترفيه عن نفسك فتتسلى وتتمتع مع الرياضيات الترويحية والألاعيب الحسابية أو تشحذ تفكيرك أو تختبر منطقك سواء كنت وحدك ، أو كنت مشاركاً معك أهلك واصدقاءك فتملأ عليهم أوقات الفراغ أو النزهة أو السهرة وهذا هو الغرض الأساسي من هذا الكتاب .

انه يحتوي على مئة طرفة وطرفة معظمها الغاز أو مسائل تشبه الألغاز وعلينا أن لا نتخوف من هذه التسمية كما يشوهها بعضهم ، أليست حاجات الحياة ألغازاً ومجابهتها حل ألغاز؟ حتى الأطفال يظلون يسألون من الصباح إلى المساء - ماذا؟ ولماذا؟ والوالدان يحلان لهم هذه الألغاز . اللغز الرياضي هو مسألة محيرة لأول وهلة وتبدو وكأنها مغطاة بغلالة من الغموض ، ولكن بالتفكير والمقارنة والتحليل المنطقي نصل إلى الحل ، وأحياناً بعد المناورة والمداورة تلمع في الذهن ومضة الالهام ويحضر الحل وتكاد تضحك من نفسك وكأنك تقول «كيف لم أعرفه حالاً؟» ان حل الألغاز الرياضية ليس هدفاً لذاته فهو يمرّن الذهن على التفكير والتحليل والمقارنة ويسهل حل مسائل الحياة وغالباً ما يكون الحل الصحيح لها مبنياً على أساس من الرياضيات .

لذلك يحسن بالقارئ أن يجابه الحل بنفسه أو يطلع عليه جزئياً ويكمله من عنده ، وعلى كل حال فقراءة الحل سفيدة على الأقل لحل مسائل مشابهة .

مسائل هذا الكتاب منها القديم الموروث ومنها الجديد ؛ منها المترجم ومنها المؤقلم ؛ منها ما نقلناه ومنها ما وضعناه ، منها ما يحل بمجرد النظر ومنها ما يحتاج إلى الورق والقلم . . وهي بعد ذلك متنوعة تنويعاً كبيراً ففيها مسائل في الأعداد ، وألغاز في مسائل وتسالي مع أعواد الكبريت ومسائل في العلاقات العائلية وتسالي في أشكال ومغالطات حسابية وجبرية وهندسية وألغاز في إكمال عمليات حسابية وغير ذلك .

قسمت المسائل إلى ثلاثة أقسام لثلاثة مستويات :

المستوى الأول لمن أعمارهم ١٠ – ١٦ سنة تقريباً وفي المدارس . والمستوى الثاني (وهو أرقى من المستوى الأول) لبقية الناس الأكبر عمراً ونالوا قسطاً من التعليم كالذي ناله السابقون أو على حتى ولو نسوا معظمه فلا يحتاج المرء لحل هذه المسائل إلى رياضيات عالية ، وإنما يكفي أن يعرف مبادئ الحساب وبعض مبادئ الجبر وأحياناً بعض الخواص في الهندسة المستوية .

والمستوى الثالث ومسائله أرقى من مسائل المستويين السابقين . قسم كل من القسمين الأول والثاني إلى ٣ مجموعات من المسائل ٲ ، ب ، حـ . والمسألة من نوع معيّن هي أسهل في المجموعة ٲ من نظيرتها في المجموعة ب وهذه أسهل من نظيرتها في المجموعة حـ وقد اعتمدنا هذا التنظيم حتى يكتمل معنى التنويع فتنتقل من نوع إلى آخر بعد كل مسألة . وختمنا بذيل

البيان المسائل في أنواع بين حين وآخر وضعنا بدل المسألة تحت عنوان «اقرأ» معلومات ضرورية لتتذكرها وهي تساعد في الحل أو حكاية طريفة أو طرفا من غرائب الأعداد .

إنها مئة مسألة ومسألة فقط وتعمدنا أن لا تزيد حتى لا تمل فتنقطع فتخسر البقية ، وإذا كنت راغباً في ازدياد فابحث عن الجزء التالي من هذا الكتاب او انتظر .

وأخيراً أرجو أن نكون قد وفقنا إلى تحقيق الغرض الأساسي للكتاب وإلى سد فراغ مناسب في المكتبة العربية وهو كما علمنا موجود والله من وراء القصد .

حسين نجم

سلوى - الكويت - مايو ١٩٨٩ **موجه الرياضيات بوزارة التربية سابقاً**

محتويات الكتاب

القسم الأول

المستوى الأول

للأعمار ١٠ سنوات إلى ١٦ سنة

من الطرفة (١) إلى الطرفة (٤٠)

المجموعة « أ »	من الطرفة (١)	إلى الطرفة (١١)
المجموعة « ب »	من الطرفة (١٢)	إلى الطرفة (٢٤)
المجموعة « حـ »	من الطرفة (٢٥)	إلى الطرفة (٤٠)

المجموعة « أ » من القسم الأول

« ١ »

متتابعة

تأمل ما يأتي :

٢٠ ، ١٧ ، ١٤ ، ١١ ، . . .

إنها متتابعة ، وتتكون من حدود ، وتتابعها يسير وفق نظام معين . بعد دراسة بضعة حدود يمكن إيجاد حد تالٍ مما سبقه بتطبيق النظام المعين للمتتابعة .

في هذه المتتابعة كل حد ينقص عما سبقه بمقدار ٣ ، فالحد الخامس فيها هو ٨ .

ما المجهول في المتتابعة الآتية ؟

$\frac{١}{٢ \times ٣}$ ، $\frac{٢}{٣ \times ٤}$ ، $\frac{٣}{٤ \times ٥}$ ، $\frac{٤}{٥ \times ٦}$ ، ؟ ، . . .

« ٢ »

نمط

ادرس النمط في الشكل المرافق ، وأوجد المجهول .

١٠	١٥	٥
١٧	١٢	٥
٢٧	٢١	؟

« ٣ »

موسيقى

وزع لحن قطعة موسيقية على فرقة مؤلفة من ١٢ عازفاً فعزفوها في ٨ دقائق ، فإذا وزع اللحن على فرقة من ٢٤ عازفاً ، ففي كم دقيقة يعزفونها ؟

« ٤ »

اقرأ : الرقم والعدد

الرقم والأرقام ليست عدداً أو أعداداً وإنما هي أشكال تكتب بها رموز الأعداد . والأرقام محدودة وعددها عشرة وهي :

« ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ » .

لكن الأعداد لا ينتهىٰ من عدها ، أي ليس لها آخر ، فلا يوجد عدد نقول عنه «أكبر الأعداد قاطبة» .

٧ رمز للعدد سبعة ويتكون من رقم واحد .

٢٧ رمز يتكون من رقمين ويدل على العدد سبعة وعشرين .

في عملياتنا الحسابية لا نقول « الرقم ٢٧ » بل نقول « العدد ٢٧ » ، وهذا يعني العدد الذي رمزه ٢٧ .

العمليات تجرى على الأعداد ، ولكننا نجد أحياناً تعبيراً كالآتي :

مجموع أرقام العدد ٥٢٧ يساوي ١٤ «ليعني» مجموع الأعداد التي رموزها أرقام العدد ٥٢٧ يساوي ٧ + ٢ + ٥ = ١٤ .

والتعبير الأول فيه تجاوز نسمح به للتسهيل ، وسنتبعه في هذا الكتاب .

« ٥ »

أمي حماة أمك

الأول - ألو ، السلام عليكم .

الثاني - وعليكم السلام ، من الهاتف الداعي؟

الأول - ألم تعرفني؟ ألم تميز صوتي؟ أمي حماة أمك .

الآن ، على القارئ أن يعرف المتهاتفين .

« ٦ »

٦ أرقام

اكتب أكبر عدد يتألف رمزه من ٦ أرقام بحيث كل رقم فيه يظهر ٣ مرات .

« ٧ »

يلعبون اللعبتين

في الصف ١٠ لاعبين منهم ٧ يلعبون كرة القدم ، ٧ يلعبون كرة السلة . فكم طالباً يلعبون اللعبتين؟

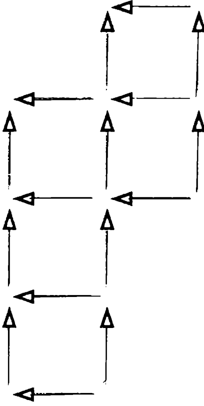
« ٨ »

أصغر عدد

اكتب أصغر عدد طبيعي يتكون رمزه من ٦ أرقام بحيث لا يظهر فيه أي رقم مكرراً .

« ٩ »

٥ = ٤ !!



الشكل المرافق يبين ٥ مـــربعـــات متطابقة مكـونة من ١٦ عوداً من أعـواد الكبريت .

انقل عودين فقط من مكانيهـما إلى مكانين آخـرين في الشكل نفسـه لينتج ٤ مربعات متطابقة .

« ١٠ »

أكمل العملية

في عـملية الجمـع المرافقـة المربعـات الخالية تدل على أرقام .

مـا هي هذه الأرقام؟ اكتب العـملية الكاملة .

	□	٥	□	
	٦	□	٤	+
□	٥	٤	١	

« ١١ »

لعبة واحد إلى عشرين

إنه عنوان لعبة قديمة بين شخصين كل منهما يعد واحداً أو اثنين بعد العدد الذي وصلا إليه ، ويجري ذلك على التعاقب .

مثلاً : يستطيع الأول أن يقول ١ أو ٢ ،

والثاني يقول بعده ٢ أو ٣ إذا قال الأول ١ ،

أو يقول ٣ أو ٤ إذا قال الأول ٢ ،

ثم يأتي دور الأول فيضيف إلى العدد الأخير ١ أو ٢ ،

ثم يأتي دور الثاني فيضيف إلى العدد الأخير ١ أو ٢ ،

وهكذا ، والذي يغلب هو الذي يأتي دوره فيقول ٢٠ .

يمكنك أن تغلب إذا بدأت أنت بالعد وتحكمت باللعبة بالصورة الآتية :

ابدأ بالعدد ٢ وعندما يأتي دورك قل ٥ ، وهذا جائز حسب قانون اللعبة المذكور ، حيث لا يستطيع خصمك أن يقول غير ٣ أو ٤ . وفي الدور الثالث لك قل ٨ وهكذا باضافة ٣ إلى ما قلت في الدور السابق حتى تصل إلى أن تقول ١٧ ، ثم يأتيك الدور الأخير فتقول ٢٠ وتكون لك الغلبة .

إذا بدأ خصمك العد فحاول أن تتحكم باللعبة وتتمكن من القول في أحد أدوارك أحد الأعداد الآتية :

٢ ، ٥ ، ٨ ، ١١ ، ١٤ ، ١٧ وتكمل السلسلة إذا أمسكت باحدى حلقاتها .

المجموعة « ب » من القسم الأول

« ١٢ »

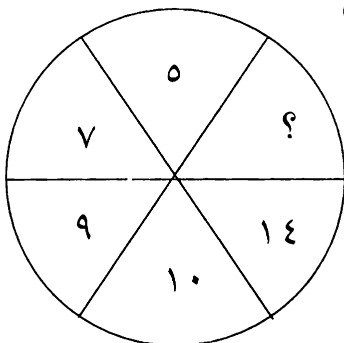
متتابعة

ما العدد الأخير (الخامس) في المتتابعة الآتية؟

١ ، ٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ☐

« ١٣ »

نمـط



ما العدد الصحيح المجهول ؟

« ١٤ »

دائماً نحو الجنوب

أين يمكن أن تبني حجرة أرضها على شكل مربع ولها نوافذ في الجدران الأربعة وكلها تطل نحو الجنوب؟

« ١٥ »

مغالطة حسابية

تعلم أن ٤ دنانير = ٤٠٠٠ فلس

$\frac{١}{٤}$ دينار = ٢٥٠ فلساً

حاصل ضرب الطرفين الأيمنين = حاصل ضرب الطرفين الأيسرين

وينتج من هذا ١ دينار = ١٠٠٠٠٠٠ فلس .

ما رأيك ؟ أين الخطأ ؟

« ١٦ »

من خواص الأعداد الطبيعية

- مجموع أي عددين متتاليين عدد فردي .
- وحاصل ضربهما عدد زوجي .
- من كل ٣ أعداد متتالية يوجد عدد واحد منهما ينقسم على ٣ ومجموعها ينقسم على ٣ وكذلك حاصل ضربهما .
- إذا انقسم كل من عددين أو أكثر على عدد معين فان مجموع هذه الأعداد ينقسم على العدد المعين .
- إذا انقسم كل من عددين على عدد معين فان الفرق بينهما ينقسم على ذلك العدد المعين .
- ينقسم العدد على ٣ إذا كان مجموع أرقامه ينقسم على ٣ ، وباقي قسمة مجموع أرقام العدد على ٣ هو باقي قسمة العدد على ٣ .
- ينقسم العدد على ٩ إذا كان مجموع أرقام العدد ينقسم على ٩ .

وباقي قسمة مجموع أرقام العدد على ٩ هو باقي قسمة العدد على ٩ .

● الفرق بين عدد مؤلف من رقمين أو أكثر والعدد المكون من عكس وضع الأرقام ، هذا الفرق ينقسم على ٩ .

● حاصل ضرب عددين يساوي حاصل ضرب المضاعف المشترك الأصغر لهما في القاسم المشترك الأعظم لهما .

« ١٧ »

حاصل جمعهما = حاصل ضربهما

أوجد ٣ أعداد صحيحة حاصل جمعهما يساوي حاصل ضربهما .

« ١٨ »

إخوة و أخوات

ليلى أخت خالد .

قالت ليلى : عدد أخوتي ضعف عدد أخواتي .

وقال خالد : عدد أخوتي يساوي عدد أخواتي .

أوجد عدد البنين وعدد البنات في هذه العائلة .

« ١٩ »

أسس

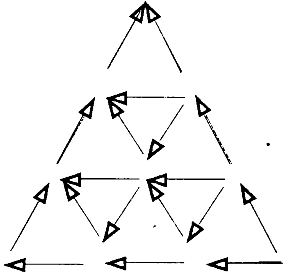
أ – أيهما أكبر $(٢^{٢})^{٢}$ أم $٢^{٢^{٢}}$ أم هما متساويان ؟

ب – أيهما أكبر $(٣^{٣})^{٣}$ أم $٣^{٣^{٣}}$ أم هما متساويان ؟

حـ - استخدم الرقم ٢ ثلاث مرات فقط لتعبر عن اكبر عدد ممكن بذلك الاستخدام .

« ٢٠ »

عيدان الكبريت



الشكل مكون من ١٨ عوداً من أعواد الكبريت . حرّك ٦ عيدان من أماكنها وضعها في أماكن أخرى لتكون ٦ أشكال رباعية متساوية .

« ٢١ »

إكمال عملية حسابية

في عملية الضرب المرافقة ، المربعات تدل على أرقام ، فما هي هذه الأرقام ؟ اكتب العملية كاملة .

```
    ٢ ٣
×  □ □
--------
 □ □ □
 □ □
--------
٧ □ □ □
```

« ٢٢ »

كم قفلاً وكم مفتاحاً

أ ، ب ، حـ ثلاثة شركاء في معرض ويضعون أموال الشركة في خزانة ذات عدد من الأقفال . ما أقل عدد من الأقفال يلزم ، وأقل عدد من

المفاتيح كذلك وكيف توزع بينهم بحيث :

(١) لا يستطيع أي واحد من الشركاء أن يفتح الخزانة وحده .

(٢) يستطيع أي اثنين منهم إذا اجتمعا فتح الخزانة .

« ٢٣ »

لكي يكون المبلغان متساويين

أحمد معه ١٨٠ ديناراً وبدر معه ٢٤٠ ديناراً . كم ديناراً يعطي بدر لأحمد ليكون معهما مبلغان متساويان .

« ٢٤ »

من غرائب الأرقام

جهز ٦ بطاقات واكتب عليها الأرقام كما يأتي : ورتبها أمام الحاضرين ليروا العدد ١٤٢٨٥٧١

١	٧	٥	٨	٢	٤

وقل لهم : إذا ضربنا هذا العدد في ٢ وقسمنا الحاصل على ٣ .

إذا أجرينا هاتين العمليتين على الورق فقد يستغرق هذا العمل دقيقة أو أكثر ، وإذا أجريناهما ذهنياً فقد يستغرق ذلك أقل قليلاً من دقيقة ، ولكني سأجري لكم ذلك في أقل من ثانية ، وبخفة يد وسرعة انقل البطاقة اليسرى | ٤ | واجعلها اليمنى ليظهر أمامهم العد ٤ ٢٨٥٧١ وقل لهم هذا هو الجواب فتحققوا من ذلك .

المجموعة « حـ » من القسم الأول

« ٢٥ »

متتابعة

ما العنصر المجهول في المتتابعة الآتية :

١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ؟ ، ٣٦ ، ٤٩ .

« ٢٦ »

نمط

٥	٤
٢٥	٨

٧	٣
٤٩	٦

٢٠	١٠
ص	س

ما قيمة س ؟ وما قيمة ص ؟

« ٢٧ »

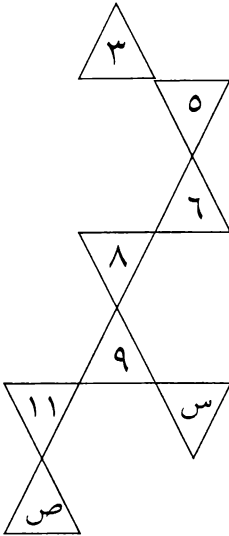
مجمـــوعـة

ما العنصر المجهول في المجموعة المرتبة الآتية ، وما الصفة المميزة لها .

{ ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ؟ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩ }

« ٢٨ »

نمـــط



ما قيمة س

وما قيمة ص .

« ٢٩ »

مغالطة جـبرية

لاثبات أن ١ = - ١ نقول

نعلم أن $م^{٢} = (-م)^{٢}$

وبما أن مربع العدد السالب عدد موجب فلنأخذ الجذر التربيعي للطرفين

وينتج

أن م = - م

وبالقسمة على م ينتج أن

١ = - ١ وهو المطلوب

أرأيت هذه النتيجة العجيبة؟ لابد أن خطأ وقع في هذا البرهان فما هو؟

« ٣٠ »

اقــرأ

١ - المليـــون

المليون كلمة صغيرة ولكنها في المعنى كبيرة .

١ - إذا كنت تعد ٦٠ ديناراً (أوراقاً من فئة الدينار) كل دقيقة ، وكنت تعمل في اليوم ٨ ساعات وأردت أن تعد مليون دينار فانك تستغرق في ذلك ٣٥ يوماً تقريباً . هل تصدق ؟ حقق ذلك .

٢ - هل تعلم أن مليون دقيقة تعادل سنتين تقريباً ؟

٣ - هل تعلم أن زمن مليون حصة يساوي ٨٦ سنة تقريباً ؟

٤ - هل تعلم أن قلبك يدق مليون دقة كل ١٠ أيام تقريباً ؟

٥ - هل تعلم أن بُعد الشمس عن الأرض يساوي ١٥٠ مليون كيلو متر تقريباً ؟

٦ - هل تعلم أن ألف مليون سنتيمتر يعادل محيط الكرة الأرضية عند خط الاستواء مرتين ونصف تقريباً .

ماذا بعد المليون ؟ انظر في أسماء الأعداد الآتية :

ألف ، مليون ، بليون ، ترليون ، كودرليون ، كونيليون ، سيكستليون ، . . . .

كل من الأعداد السابقة يساوي ألف مرة من العدد الذي إلى يمينه .

كم صفراً يظهر في رمز العدد سكستليون ؟

البليون في أمريكا وفرنسا الف مليون ، وفي المانيا وانجلترا البليون يساوي مليون مليون ، ويسمون الألف مليون ملياراً أي أن البليون الأمريكي مليار .

اقــرأ

نعلم أن العدد ينقسم على ٢ إذا كان آخره أي رقم آحاده ينقسم على ٢ ، فماذا عن قابلية القسمة على ٤ وعلى ٨؟

تعودنا أن نمثل أي عدد صحيح بالمقدار :

س + ١٠ ص + ١٠٠ ع + ١٠٠٠ م + ١٠٠٠٠ ن + ...

حيث س ، ص ، ع ، ... رموز أرقام على الترتيب من اليمين .

مثلا ٥٣٧٤ = ٤ + ١٠ × ٧ + ١٠٠ × ٣ + ١٠٠٠ × ٥

نفرض أن العدد أ = (س + ١٠ ص) + (١٠٠ ع + ١٠٠٠ م + ١٠٠٠٠ ن) .

١٠٠ ع + ١٠٠٠ م + ١٠٠٠٠ ن ينقسم على ٤ .

لأن ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، ١٠٠٠٠ تنقسم على ٤ .

إذن تتوقف قابلية العدد أ للقسمة على ٤ على كون س + ١٠ ص ينقسم على ٤ . وبعبارة أخرى :

لكي ينقسم العدد على ٤ يجب أن يكون العدد الذي رمزه مكون من رقمي الاحاد والعشرات في العدد المذكور قابلا للقسمة على ٤ أو أن هذين الرقمين صفران .

مثلا ٥٧٥١٢ ينقسم على ٤ لأن ١٢ ينقسم على ٤ .

، ٥٧٥١٨ لا ينقسم على ٤ لأن ١٨ لا ينقسم على ٤ .

وبالطريقة نفسها يمكنك أن تستنتج قاعدة قابلية القسمة على ٢٥ إذ تتوقف على كون العدد المكون رمزه من رقمي الاحاد والعشرات في العدد الأصلي قابلا للقسمة على ٢٥ ، أو أن رقمي الآحاد والعشرات صفران .

كذلك انظر في :

م = (س + ١٠ ص + ١٠٠ ع) + (١٠٠٠ م + ١٠٠٠٠ ن) .

١٠٠٠ م + ١٠٠٠٠ ن ينقسم على ٨ .

لأن ١٠٠٠ ، ١٠٠٠٠ تنقسم على ٨ .

إذن تتوقف قابلية العدد م للقسمة على ٨ على كون

س + ١٠ ص + ١٠٠ ع ينقسم على ٨ أي بعبارة أخرى ، لكي ينقسم العدد على ٨ يجب أن يكون العدد الذي رمزه مكون من أرقام الاحاد والعشرات والمئات في العدد المذكور قابلاً للقسمة على ٨ أو أن هذه الأرقام أصفار .

مثلاً ٦٥٧٥١٢ ينقسم على ٨ لأن ٥١٢ ينقسم على ٨ .

٦٥٧٥١٨ لا ينقسم على ٨ لأن ٥١٨ لا ينقسم على ٨ .

وبالطريقة نفسها نستنتج قاعدة قابلية العدد للقسمة على ١٢٥ إذ تتوقف على كون أرقام الاحاد والعشرات والمئات فيه أصفار أو أن العدد المكون رمزه من هذه الأرقام قابل للقسمة على ١٢٥ .

« ٣٢ »

العائلة الكبيرة الصغيرة

تألفت سهرة العائلة من أب ، أم ، ابن ، ابنة ، أخ ، أخت ، ابن أخ ، ابنة أخت ، خال ، ابن خال ، عمّة ، ابنة عمة . هل عددتهم؟

ما عددهم ؟ هل قلت ١٢ ؟ أنت عددت الألقاب التي ذكرتها لك . إنهم في الحقيقة أربعة أشخاص ، رجلان وامرأتان . فسّر ذلك علماً بأن الجد أو السلف واحد .

« ٣٣ »

كثيرة الحدود

انظر في المتتابعة الآتية :

$\left(١ - \frac{١}{٢}\right)$ ، $\left(١ - \frac{١}{٣}\right)$ ، $\left(١ - \frac{١}{٤}\right)$ ، $\left(١ - \frac{١}{٥}\right)$ ، . . .

(١) ما الحد الذي ترتيبه ١٠٠ .

(٢) أوجد حاصل ضرب جميع حدودها المئة الأولى من الحد الأول إلى الحد المئوي . حاول أن تذكر الجواب بمجرد النظر .

« ٣٤ »

أطباق المطعم الصيني

أخذنا ضيوفنا إلى مطعم صيني فقدم لنا وجبة الغداء بحيث كانت تتألف من طبق أرز لكل شخصين ، وطبق خضار لكل ٣ أشخاص ، طبق لحم لكل ٤ أشخاص ، وكان عدد الأطباق جميعها ٢٦ . فكم كان عددنا مع ضيوفنا ؟

« ٣٥ »

٤ أربعــات

باستخدام ٤ أربعات وما نشاء من الاشارات والرموز الحسابية يمكن أن نعبر عن العدد ٦ بالصورة الآتية $٤ \times ٤ \div ٤ + \sqrt{٤}$.

أما أنت فعبّر عن الأعداد من ١ إلى ٥ بهذا الاستخدام .

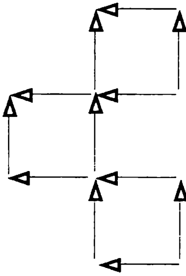
« ٣٦ »

لا تتسرع

مزرعة مستطيلة الشكل محاطة بسياج فيه ٦٠ عموداً ، والمسافة بين كل عمودين متتاليين ثابتة ، فاذا كان عدد الأعمدة على الضلع الأطول ٢٠ فما عدد الأعمدة على الضلع الأقصر ، أجب بمجرد النظر .

« ٣٧ »

عيدان الكبريت



الشكل يبين ٣ مربعات متطابقة باستخدام ١٢ عوداً من عيدان الكبريت ، انقل منها ٣ عيدان إلى أماكن أخرى في الشكل نفسه لكي يصبح عدد المربعات التطابقية ٤ بدلاً من ٣ .

« ٣٨ »

عملية طرح

أمامك عملية طرح س ، ص ، ع ، ثلاثة أرقام متتالية مثل ٤ ، ٥ ، ٦ . ولكن ليس بالضرورة حسب الترتيب المذكور . اكتب العملية كاملة بالأرقام .

ص ص ص س
س س س
―――――
س ع ع ع

« ٣٩ »

قرصان أبيضان وثالث أسود

م ، ب موظفان ذكيان مرشحان ليتولى أحدهما منصب مدير المؤسسة التي يعملان بها ، جمعهما صاحب المؤسسة ليختار أحدهما للمنصب وقال :

هذه ثلاثة أقراص ، قرصان أبيضان وثالث أسود ، سأثبت على ظهر كل منكما قرصاً بحيث أن كلا منهما يرى قرص زميله ولا يرى قرصه ، والذي يعرف قرصه ويشرح كيف عرفه سأوليه منصب الادارة .

ثم ثبت قرصين أبيضين على ظهريهما وأخفى الثالث ورأى كل منهما قرص زميله ، وبعد برهة قصيرة تقدم م بعد أن رأى زميله محتاراً وقال : قرصي أبيض ، وشرح كيف عرف ذلك فتولى منصب الادارة . كيف شرح ذلك؟ - ماذا قال؟

« ٤٠ »

دعـــابـــة

لديك ٨ بطاقات مكتوب عليها أعداد كما يلي :

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٩

أعد ترتيب البطاقات بحيث تكون في مجموعتين كل مجموعة من ٤ بطاقات ومجموع الأعداد المكتوبة عليها يساوي مجموع الأعداد المكتوبة على بطاقات المجموعة الأخرى .

القسم الثاني

المستوى الثاني

لجميع الأعمار من ١٦ إلى ١٠٠ سنة

من الطرفة (٤١) إلى الطرفة (٩٠)

المجموعة «أ» من الطرفة (٤١) إلى الطرفة (٥٢)

المجموعة «ب» من الطرفة (٥٣) إلى الطرفة (٧١)

المجموعة «حـ» من الطرفة (٧٢) إلى الطرفة (٩٠)

المجموعة أ من القسم الثاني

« ٤١ »

متتابعـــة

ما المجهول في المتتابعة الآتية :

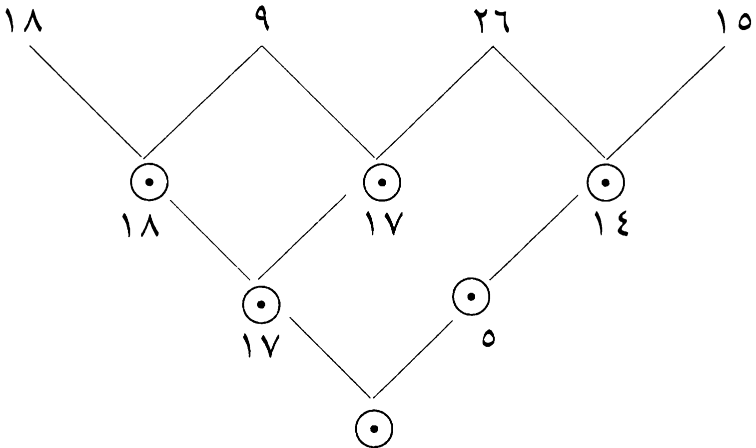
١ ، ٢ ، ٤ ، ٧ ، ١١ ، ١٦ ، ؟ ، . . . .

« ٤٢ »

نمـــط

أكمل النمط .

ما العدد الذي يوضع تحت الدائرة السفلى ؟



« ٤٣ »

لا تتسرع

عندي كتاب موسوعة عربية مؤلفة من ٣ مجلدات موضوع مرتباً على رف المراجع العربية في مكتبتي . وذات يوم أنزلت الكتاب عن الرف لمناقشة بعض المعلومات ، فوجدت السوسة عبثت به فنخرت مبتدئة من خارج الغلاف الإمامي للمجلد الأول إلى خارج الغلاف الخلفي للمجلد الثالث . أوجد أقصر مسافة قطعتها السوسة علماً بأن سمك المجلد الأول ٤ سم وسمك المجلد الثاني ٥ سم وسمك المجلد الثالث ٦ سم . لا تتسرع .

« ٤٤ »

اقــــرأ

قابلية القسمة على ١١ .

لنأخذ العدد ٩ الذي أرقامه كما يأتي :

س رقم الاحاد ، ص رقم العشرات ، ع رقم المئات ، م رقم الألوف ، ن رقم عشرات الألوف فيكون :

٩ = س + ١٠ ص + ١٠٠ ع + ١٠٠٠ م + ١٠٠٠٠ ن .

= س + (١١ – ١) ص + (٩٩ + ١) ع + (١٠٠١ – ١) م + (٩٩٩٩ + ١) ن

= [س – ص + ع – م + ن] + [١١ ص + ٩ × ١١ ع + ٩١ × ١١ م + ٩٠٩ × ١١ ن] .

ما داخل القوس الثاني ينقسم على ١١ لذلك تتوقف قابلية العدد ٩ للقسمة على ١١ . تتوقف على [س – ص + ع – م + ن] ومنه – القاعدة –

لكي ينقسم العدد على ١١ يجب أن يكون الفرق بين مجموع أرقامه (الفردية الرتبة) ومجموع أرقامه (الزوجية الرتبة) صفراً أو ينقسم على ١١ .

مثلاً : في العدد ٩٩٤٧٣ مجموع الأرقام الفردية الرتبة = ١٦ ومجموع الأرقام الزوجية الرتبة ٧ + ٩ = ١٦ والفرق بين المجموعين = صفراً .

∴ العدد ينقسم على ١١ .

ومثلاً : في العدد ٤٦٩٣٧ ، مجموع الفردية الرتبة ٢٠ ومجموع الزوجية الرتبة ٩ والفرق بين المجموعين ١١ وهو ينقسم على ١١ .

∴ العدد ينقسم على ١١ .

ملاحظة : إذا كان الفرق بين المجموعين أقل من ١١ فيكون هذا باقي قسمة العدد الأصلي على ١١ .

«٤٥»

التعـريف

يمكننا الاتفاق عند المقارنة بين ساعتين ، يمكننا الاتفاق (ولنا الحق في ذلك) على أن أفضلهما تلك التي تشير إلى الوقت الصحيح أكثر عدد من المرات . فإذا خيرنا بين ساعتين ، احداهما تؤخر دقيقة كل يوم والأخرى لا تدور بالمرة فأيهما نختار؟ لأول وهلة ستختار التي تؤخر دقيقة كل يوم ولكن إذا أردنا أن نطبق ما اتفقنا عليه فيتحتم علينا أن نختار التي لا تدور . لماذا؟ إذا لم تصل إلى التعليل الصحيح فإليك ذلك : الساعة التي تؤخر دقيقة في اليوم ترينا الوقت مضبوطاً كل ٧٢٠ يوماً إذ يلزم أن تؤخر ١٢ ساعة أي ٧٢٠ دقيقة وذلك يتم في ٧٢٠ يوماً حتى تعود إلى الانضباط .

أما الساعة التي لا تدور فهي ترينا الوقت صحيحاً مرتين كل يوم ، مرة صباحاً ومرة مساءً . ما رأيك ؟ !

« ٤٦ »

٤ سبعات

استخدم ٤ سبعات وما تشاء من الرموز والإشارات الحسابية لتعبر عن العدد ١٠٠ .

« ٤٧ »

خط الاستواء

تصور أن طول نصف قطر الكرة الأرضية زاد متراً واحداً عند خط الاستواء عما هو عليه وهو ٤٠٠٠ كيلو متر تقريباً فكم يزيد طول خط الاستواء ؟ ط = ٣,١٤ .

« ٤٨ »

من ٩ إلى ١

استخدم الأرقام التسعة من ٩ إلى ١ بترتيب تنازلي وبدون أن يظهر أي رقم مكرراً ولك أن تستخدم ما تشاء من الرموز والإشارات الحسابية ليكون الناتج العدد ١٠٠ .

وإليك حلين على سبيل المثال :

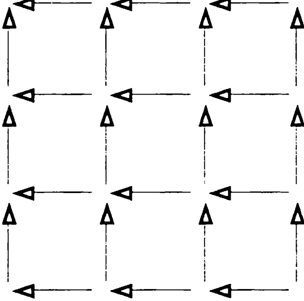
(١) ٩ × ٨ + ٧ + ٦ + ٥ + ٤ + ٣ + ٢ + ١ = ١٠٠ .

(٢) ٩ − ٨ + ٧ + ٥٦ + ٣٤ + ٢ × ١ = ١٠٠ .

أوجد حلولاً أخرى .

« ٤٩ »

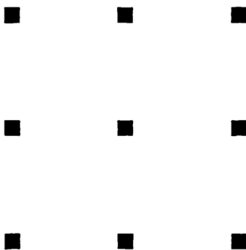
مع عيدان الكبريت



الشكل المرافق يبين ٩ مربعات متطابقة ، تكونت باستخدام ٢٤ عوداً من عيدان الكبريت . احذف ٨ عيدان منها ليبقى شكل من مربعين اثنين فقط .

« ٥٠ »

٤ قطع مستقيمة



في الشكل المرافق شبكة من ٩ نقط متساوية الأبعاد أفقياً وعمودياً .

كيف ترسم ٤ قطع مستقيمة متصلة بحيث تمر بالنقط التسع بدون أن ترفع القلم عن الورقة وبدون أن تعيد على أي جزء من خط مرة أخرى ؟

« ٥١ »

قراءة الضمير

اطلب من رفيقك أن يضمر عدداً ، ثم اطلب منه أن يضربه في ٥ ، ثم يجمع للحاصل ٦ ، ثم يضرب الناتج في ٤ ، ثم يجمع ٩ ، ثم يضرب في ٥ ، ثم اسأله عن الناتج الأخير فقط . هنا يأتي دورك أنت . اطرح من الناتج الأخير ١٦٥ ، ثم احذف الصفرين من يمين الباقي ، وما ينتج هو العدد الذي اختاره رفيقك .

مثال : إذا كان العدد المضمر ٧ فبعد سلسلة العمليات التي طلبتها سيكون الناتج الأخير ٨٦٥ وبعد طرح ١٦٥ منه يبقى ٧٠٠ وبعد حذف الصفرين ينتج ٧ وهو العدد المضمر .

الآن عليك أن تفسر هذه الحيلة بأن تضع المسألة بالشكل العام (وتفرض العدد المختار س) .

« ٥٢ »

دعابة

استخدم ٥ أرقام فردية لتكون أعداداً مجموعها ١٤ .

المجموعة « ب » من القسم الثاني

« ٥٣ »

متتابعة

أوجد العدد المجهول في المتتابعة الآتية :

٧ ، ١٣ ، ٢٥ ، ٤٩ ، ؟ ، . . .

« ٥٤ »

نمــط

في النمط المرافق ما قيمة س ؟

٦	٥	٢	١	٤
٢	٢	٦	٧	٥
٦	س	٤	٣	١

« ٥٥ »

نمــط

الاعداد مرتبة حسب نظام منطقي . مـا العـدد المجـهـول في المربع السـفلي الأيسـر وبين النظام المتـبع بمسـار خط متكسر غير متقاطع .

٨	١	١
١٣	٥	٢
؟	٢١	٣

« ٥٦ »

متتــــابعـــة

ما العددان المجهولان في المتتابعة الآتيـــة :

٣ ، ٥ ، ٦ ، ١٠ ، ٩ ، ٢٠ ، ١٢ ، ٤٠ ، ؟ ، ؟ ، . . .

« ٥٧ »

اقـــرأ

الوصية الحادية عشرة «لا تقسم على الصفر» .

العبـــارة صفر ÷ أي عـــدد لا يساوي الصفر صفراً عبارة صحيحة .

ولكن عدد ÷ صفر لا معنى له وغير جائز وبيان ذلك كما يأتي :

تعريف : عـرف الرياضيـون عمليـة القسمـة هكذا : أن تقسم عدداً مثل « ا » على عـدد مثل « ب » يعني أن تجد عدداً وحيداً مثل «س » بحيث إذا ضربته في « ب » ينتج « ا » .

مثلاً : ١٢ ÷ ٤ = ٣ لأن ٤ × ٣ = ١٢ .

الآن كـيف يكـــون الحـــال لو كـــان المقـــسوم عليـه صفـراً ؟ أي مـاذا يساوي ا ÷ صفر ؟

نفـــرض أن ا ÷ صفر = س .

ونميز حالتين : (١) إذا كان ا ≠ ٠ ، (٢) ا = ٠

(١) إذا كان ا لا تساوي صفراً مثلاً ا = ٥ .

ونعـالـج $\frac{٥}{صفر}$ = س .

هل تجد عدداً وحيداً إذا ضربته في صفر ينتج ٥ ؛ طبعاً لا

∴ ﻡ ÷ صفر لا معنى لها .

(٢) إذا كان ﻡ = ٠ ونعالج $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ = س .

هل تجد عدداً وحيداً إذا ضربته في صفر ينتج صفر ؟ نعم نجد أعداداً كثيرة أو كل الأعداد إذا ضربتها في صفر ينتج صفر . ولكن تعريف القسمة يتطلب أن يكون الجواب عدداً وحيداً ∴ $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ لا ينطبق عليه تعريف القسمة ، ولذلك نقول أيضاً أن $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ لا معنى لها وغير جائزة .

من الحالتين نرى أن القسمة على صفر أما أنها لا تعطينا أي جواب أو أنها تعطينا كل الأجوبة ولذلك فلا معنى لها وغير جائزة .

ومنذ القدم قالوا «لا تقسم على الصفر» . واعتبروا هذه الوصية – الوصية الحادية عشرة .

« ٥٨ »

٣ مكاييل

وعاء يحتوي على ٨ التار من الزيت ، ويراد قسمة ما فيه إلى كميتين متساويتين باستخدام وعائين أحدهما سعته ٥ ألتار والثاني سعته ٣ ألتار . فكيف يتم ذلك ؟

« ٥٩ »

مغالطة جبرية

لاثبات أن ١ = ٢

يمكننا أن نفرض أن أ = ب

ونضرب الطرفين في ب فينتج $أ\,ب = ب^{٢}$

ونطرح من الطرفين $أ^{٢}$ فينتج $أ\,ب - أ^{٢} = ب^{٢} - أ^{٢}$

ونحلل إلى عوامل فينتج $أ\,(ب - أ) = (ب - أ)(ب + أ)$

اقسم الطرفين على ب − أ ينتج أ = ب + أ

نضع أ بدل ب فينتج أ = أ + أ

أي أ = ٢ أ

اقسم على أ ينتج ١ = ٢

انها نتيجة غريبة . لابد أننا أخطأنا في البرهان ، فأين الخطأ ؟

« ٦٠ »

ثلاثة كسور متكافئة

استخدم كل الأرقام من ١ إلى ٩ لتكتب ٣ كسور اعتيادية متكافئة بحيث لا تستخدم الرقم الواحد أكثر من مرة واحدة . وإليك مثالاً على ذلك . $\frac{٣}{٦} = \frac{٧}{١٤} = \frac{٢٩}{٥٨}$

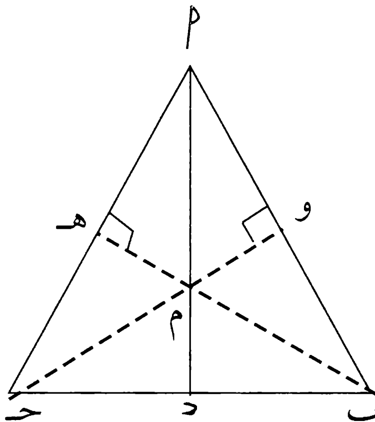
« ٦١ »

ويبقـــى ١

ما العـدد الذي يقل عن ٣٠٠٠ وإذا قسمته على كل من : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، يبقى ١ في كل مرة .

« ٦٢ »

مغالطة هندسية



لاثبــات أن أي مــثلث هـو مـثلث متساوي الساقين .

الغرض : ا ب حـ مثلث

المطلوب : اثبـات أنه مـتســاوي الساقين ، أي ا ب = ا حـ

البـرهان : يمكن تنصـيف الزاوية ا وكـذلك اقامة عمـود على ب حـ من منتصفه د .

ولنفـرض أن منتصف الزاوية والعـمود تلاقيا في م نرسم من م عـمودين على ا ب ، ا حـ فيلاقيـانهـمـا في و ، هـ على الترتيب ، نصل م ب ، م حـ . يمكن اثبات أن Δ Δ م ا و ، م ا هـ متطابقان .

وينتج أن م و = م هـ وان ا و = ا هـ . . (١)

ويمكن اثبات ان Δ Δ م د ب ، م د حـ متطابقان وينتج ان م ب = م حـ

ومن التطابقين يمكن اثبات أن Δ Δ م و ب ، م هـ حـ متطابقـان وينتج ان و ب = هـ حـ . . . (٢)

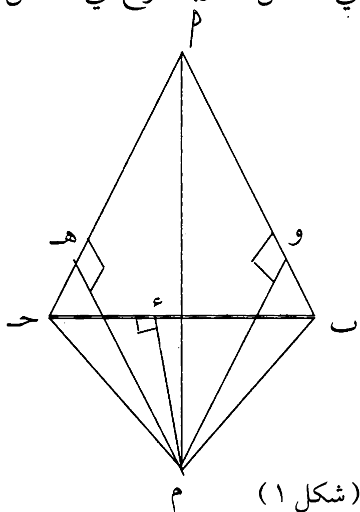
بالجمع من (١) ، (٢) ينتج ان :

ﺃ و + و ب = ﺃ هـ + هـ حـ

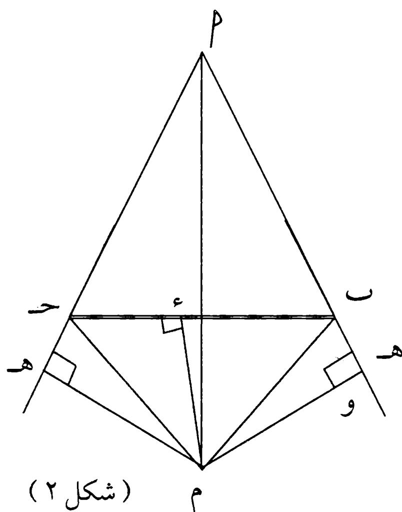
أي أن ﺃ ب = ﺃ حـ وهو المطلوب ، يا للعجب ! هذا أمر فظيع .

لابد أن خطأ وقع في البرهان فما هو ؟

سمعنا مرة من يرد على هذا بقوله : لماذا نجعل م داخل المثلث فقد تكون خارج المثلث . ولهؤلاء نقول : إذا طبق البرهان السابق على الأشكال الآتية (وفيها م خارج المثلث) نجد انه لا يتغير ونخرج بنفس النتيجة وذلك بالجمع في (شكل ١) وبالطرح في (شكل ٢) .



(شكل ١)



(شكل ٢)

ولا نزال نسأل : أين الخطأ ؟

«٦٣»

اقـــــراء

اقــرأ ثم أكمل :

١ × ٣ = ٢ × ٢ − ١ = $٢^{٢}$ − ١

٢ × ٤ = ٣ × ٣ − ١ = $٣^{٢}$ − ١

٣ × ٥ = ٤ × ٤ − ١ = $٤^{٢}$ − ١

٤ × ٦ = ٥ × ٥ − ١ =

٩ × ١١ =

١٩ × ٢١ =

٥٩ × ٦١ =

٩٩ × ١٠١ =

٧٩٩ × ٨٠١ =

«٦٤»

الباقي أقل بواحد من المقسوم عليه

ما أصغر عدد بحيث :

إذا قسمته على ٢ يبقى ١ ، وإذا قمسته على ٣ يبقى ٢

وإذا قسمته على ٤ يبقى ٣ ، وإذا قسمته على ٥ يبقى ٤

وإذا قسمته على ٦ يبقى ٥ ، وإذا قسمته على ٧ يبقى ٦

وإذا قسمته على ٨ يبقى ٧ ، وإذا قسمته على ٩ يبقى ٨
وإذا قسمته على ١٠ يبقى ٩ ؟

« ٦٥ »

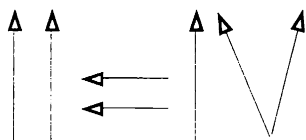
جوالان وكلب

قام جوالان في وقت واحد ، أحدهما من النقطة أ ، والثاني من النقطة ب . والمسافة بينهما ٨ كيلو مترات ، قاما يمشيان في اتجاه واحد ب أ ، الأول بسرعة ٤ كيلو مترات كل ساعة ، والثاني بسرعة ٦ كيلو مترات كل ساعة . وفي لحظة قيامهما قام كلب أحدهما يجري على الطريق نفسه حتى يصل إلى الآخر ، فيرتد حالاً حتى يصل إلى صاحبه ، ويرتد حالاً حتى يصل إلى الآخر ، وهكذا استمر الكلب يجري من واحد إلى الآخر حتى لحق الثاني بالأول ، فإذا كانت سرعة الكلب ١٥ كيلو متر كل ساعة ، فما المسافة الكلية التي قطعها الكلب في هذه المناورة ؟

« ٦٦ »

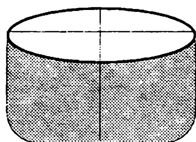
عبارة خاطئة

الشكل مكون من عيدان الكبريت ويبين عبارة خاطئة تنص على أن ١٧ = ١١ . ارفع عوداً وضعه في المكان المناسب من الشكل لتحصل على شكل يبين عبارة مساواة صحيحة .



« ٦٧ »

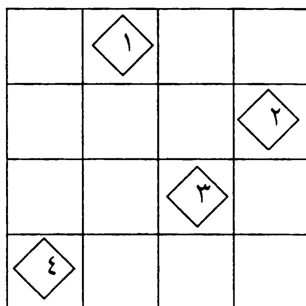
قالب الجبن والسكين

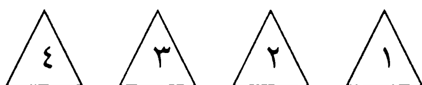


لدينا قـالب من الجبن اسطواني الشكـل يمكنك ن تقـسـمه إلى قسمين متساويين بضربة سكين واحدة مارة بالمركز ويمكنك ان تقسـمه إلى أربعة أقسام متساوية بضربتي سكين متعامدتين (كما في الشكل) ومارتين بالمركز . فكيف يمكنك ان تقسمه إلى ٨ أقسام متساوية بثلاث ضربات ؟

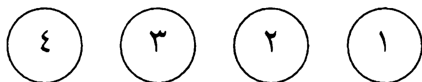
« ٦٨ »

لعبة الأشكال









ضع الاشكال الـ ١٢ اليسرى داخل المربعات الـ ١٢ الخالية من الشكل الأيمن بحيث لا يتكرر رقم أو شكل في كل صف أفقي أو صف عمودي أو في أي من القطرين .

« ٦٩ »

إكمال عملية قسمة

في عـملية القسمة المرافقة ، المربعات تدل على أرقام . اكتب العملية كاملة بالارقام .

□ □ ٨ □ □

□ □ □ □ □ □ □ | □ □

□ □ □

□ □

□ □

□ □ □

□ □ □

١

« ٧٠ »

زهرتا طاولة الزهـر

أمامك حجرا نرد (زهرتا طاولة الزهر) وهما عاديان أي ٦ يقابلها ١ ، ٥ يقابلها ٢ ، ٤ يقابلها ٣ ، والحجران متلاصقان بوجهين متشابهين . ما العدد الذي يقوم مقام علامة الاستفهام في الشكل ؟

« ٧١ »

دعابة : ٣٠ فلساً

طلب شخص من آخر أن يعطيه مبلغ ٣٠ فلساً بحيث يتكون من قطعتي نقود ، واحدة منهما ليست ٢٠ فلساً . فكيف ينفذ ذلك ؟

المجموعة « حـ » من القسم الثاني

« ٧٢ »

متتـــابعـــة

ما العدد المجهول في المتتابعة الآتية ؟

١ ، ٣ ، ٧ ، ١٥ ، ٣١ ، ؟ ، . . .

« ٧٣ »

نمـــط

الأعـــداد من ١ إلى ١٦ مــرتبـــة في المربعـات حسب نظام منطقي . بين مسـار هذا النظام بخطين متكسرين غير متقاطعين بحـــيث لا تمر بالقلم على أي نقطة من الخطين مرتين . واملأ المربعات الخالية .

٧	٥	٣	١
٩			١٢
١١		١٥	١٠
٢	٤	٦	٨

«٧٤»

إكمال عملية

في عملية القسمة المرافقة ، المربعات تدل على أرقام . اكتب العملية كاملة بالارقام . تستطيع الحصول على اجابتين .

٤٧

٠ ٠

«٧٥»

اقــــرأ

من غرائب الأرقام

العدد ١٢٣٤٥٦٧٩ وهو الذي يتكون من الأرقام ١ إلى ٩ بترتيب تصاعدي من اليسار إلى اليمين وبدون الرقم ٨ ، إذا ضرب :

(١)	في	١٨	يكون الناتج	٢٢٢	٢٢٢	٢٢٢
(٢)	وفي	٢٧	يكون الناتج	٣٣٣	٣٣٣	٣٣٣
(٣)	وفي	٣٦	يكون الناتج	٤٤٤	٤٤٤	٤٤٤
(٤)	وفي	٤٥	يكون الناتج	٥٥٥	٥٥٥	٥٥٥
(٥)	وفي	٥٤	يكون الناتج	٦٦٦	٦٦٦	٦٦٦

(٦)	وفي	٦٣	يكون الناتج	٧٧٧	٧٧٧	٧٧٧
(٧)	وفي	٧٢	يكون الناتج	٨٨٨	٨٨٨	٨٨٨
(٨)	وفي	٨١	يكون الناتج	٩٩٩	٩٩٩	٩٩٩

« ٧٦ »

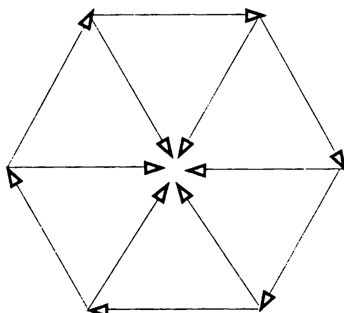
النواتج متساوية

أوجد ٤ أعداد صحيحة موجبة مجموعها ٨٠ بحيث إذا اضفت إلى الأول ٣ وطرحت من الثاني ٣ وضربت الثالث في ٣ وقسمت الرابع على ٣ تكون النواتج متساوية .

« ٧٧ »

٦ مثلثات تؤول إلى ٣ مثلثات

الشكل يتكون من ١٢ عوداً من عيدان الكبريت ويبين ٦ مثلثات متساوية الأضلاع . غيّر وضع ٤ عيدان لينتج فقط ٣ مثلثات متساوية الأضلاع .



تنقسم على ١١

أوجد جميع الأعداد التي رموزها تتكون من ٣ أرقام وتنقسم على ١١ ، ورقم العشرات في كل منها صفر . ثم أوجد تلك التي يكون رقم العشرات فيها ٣ .

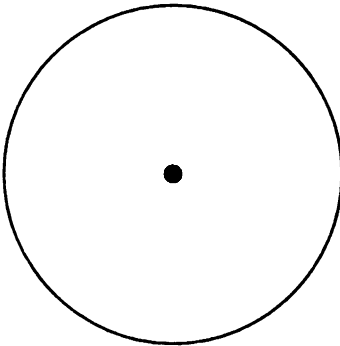
« ٧٩ »

سماعة الجراموفون

اسطوانة (قرص) حاكي (جراموفون) قطرها ٥ ,٣٠ سنيمتر ، وقطر القرص المركزي الأملس الذي لا يستعمل ١٢ سم ، وعرض الحلقة الخارجية الملساء (التي لا تستعمل) ٢٥ ,١ سم ، وعدد الخطوط المحفورة على الاسطوانة ٢٥ لكل سنتيمتر . كيف تحسب المسافة الكلية التي تقطعها ابرة السماعة أثناء إدارة الحاكي لسماع الاسطوانة كلها ، وما مقدارها تقريباً؟ (Π او ط = ١٤ ,٣) .

« ٨٠ »

كي تقسم القرص الدائري



لكي تقسم القرص الدائري الذي أمامك إلى ٨ أجزاء متساوية برسم ٣ خطوط فقط ، ماذا تعمل ؟

« ٨١ »

اقــرأ

دعــابــة

تقدم عامل إلى مـدير مصنع طالباً عملاً فسأله المدير قائلاً : « كم تحب أن يكون راتبك؟ » فأجابه العامل : « ٣٠٠٠ دينار في السنة » فقال له المدير : في السنة ٣٦٥ يومـاً ، وأنت تنام كل يوم ٨ سـاعـات أي مـا يقـرب من ١٢٢ يوماً ، وتستريح كل يوم ٨ ساعات ، أي ما يقارب من ١٢٢ يوماً أخرى ، فـيبقى في السنة ١٢١ يومـاً ، وأنت تـعطل أيام الجـمعة وعـددها ٥٢ يومـاً فيبقى ٦٩ يومـاً ، وتعطل أيضاً انصاف أيام الخميس فـيبقى ٤٣ يوماً ، ولك فترة غداء ساعة كل يوم أي مـا مجموعـه ١٥ يومـاً فيبقى ٢٨ يومـاً ، ولك عطلة سنوية ١٤ يوماً فيبقى ١٤ يوماً ، ولك أيام عيد الفطر وعيد الأضحى ومناسبات أخرى ومجموعها ١٣ يوماً ، فيبقى من السنة يوم واحد . فكيف تطلب ٣٠٠٠ دينار من أجل عـمل يوم واحـد؟ » فـذهل العـامل من كثـرة الأعداد التي سمعها فأوقعته في حيص بيص ، وخرج مسرعاً لا يلوي على شيء ولعله لا يزال مذهولاً .

أمـا أنت فـاحسب عـدد سـاعـات العـمل التي يعـملهـا العـامل في هذه المؤسسة في السنة إلى اقرب مئة .

« ٨٢ »

عملية جمع

في عملية الجمع المرافقة ، الحروف تحول على أرقام . ما قيمة كل من س ، ص ، ع .

	س	س	س	س
	ص	ص	ص	ص
	ع	ع	ع	ع
ص	س	س	س	ع

« ٨٣ »

جُمع العم وابن الأخ في واحد

أ تزوج س فانجبا ولداً سمياه حـ

ب تزوج ص فانجبا ولداً سمياه د

توفي الزوجان وبعد أن كبر الولدان تزوج كل منهما أم الآخر ، أي أن

د تزوج س وانجبا ولداً سمياه هـ

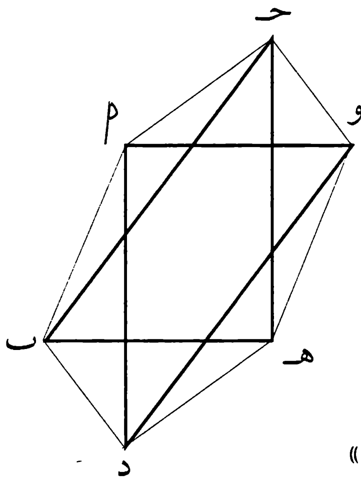
حـ تزوج ص وانجبا ولداً سمياه و

بيّن ان كلاً من هـ ، و عم الآخر وابن أخيه في الوقت نفسه .

ثم أليس هذا هو الجنون بعينه ؟ !

«٨٤»

هرمان



الشكل يبين هرمين رباعيين في جهتي قاعدة واحدة .

مرّ برأس القلم على خطوطه بحيث تبدأ من نقطة معينة وتنتهي عندها بدون أن ترفع القلم عن الورقة ولا تمر على أي خط إلا مرة واحدة .

بيّن نقطة البدء وسم مسار القلم .

«٨٥»

مغالطة جبرية

لاثبات أن $\frac{١}{٨} > \frac{١}{٤}$!

نعلم أن ٣ > ٢ .

بالضرب في لو $\frac{١}{٢}$ ينتج ٣ لو $\frac{١}{٢}$ > ٢ لو $\frac{١}{٢}$.

ومنها لو $(\frac{١}{٢})^{٣}$ > لو $(\frac{١}{٢})^{٢}$

ومنها $(\frac{١}{٢})^{٣}$ > $(\frac{١}{٢})^{٢}$

أي $\frac{١}{٨} > \frac{١}{٤}$.

عجباً ، لابد أن خطأ وقع في خطوات البرهان . أين الخطأ ؟

« ٨٦ »

الصياد والدب

رأى صياد دباً كبيراً على بعد ١٠٠ متر منه نحو الشرق فهرب الصياد متجهاً نحو الشمال ، ثم راجع نفسه بعد أن قطع مسافة ١٠٠ متر ، واستدار ، واطلق النار على الدب ولكن في اتجاه الجنوب فقتله مع أن الدب لم يترك مكانه . فكيف كان ذلك ؟ وما لون الدب ؟

« ٨٧ »

مسألة هندية قديمة

ثلاثة أشخاص ومعهم قرد ، اشتروا كومة من حبات المانجو ، وفي الليل استيقظ أحدهك فوجد أن عدد حبات المانجو ينقسم على ٣ ويبقى ١ . فرمى حبة للقرد وأكل $\frac{١}{٣}$ الباقي ونام .

وبعد برهة استيقظ الثاني ووجد ما وجده سابقه فرمى الحبة الزائدة وأكل $\frac{١}{٣}$ الباقي ونام . وبعد فترة استيقظ الثالث ولم يعرف ما حدث ووجد ما وجده غيره . باقي قسمة حبات المانجو على ٣ هو ١ فرمى الحبة الزائدة للقرد ، وأكل $\frac{١}{٣}$ الباقي ونام . وفي صباح اليوم التالي اجتمعوا ليأكلوا المانجو ولم يتحدثوا عما كان في الليل ، ووجدوا أن العدد ينقسم على ٣ ويبقى ١ فرموا الحبة الزائدة للقرد وأكلوا الباقي بالتساوي . أوجد

أقل عدد من حبات المانجو تتكون من الكومة التي اشتروها لتصبح المسألة سائغة وصالحة للتنفيذ .

« ٨٨ »

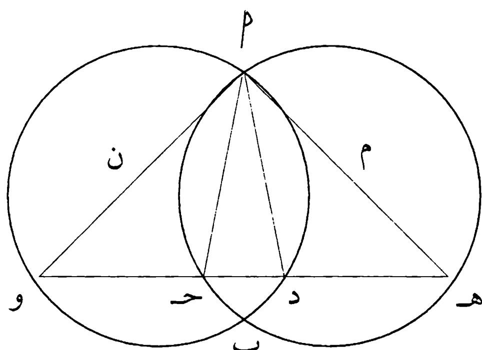
مغالطة هندسية

عمودان على مستقيم

أنت تعلم انه من نقطة خارج مستقيم لا يمكن أن يرسم أكثر من عمود واحد عليه .

في ما يأتي سنثبت انه يمكن رسم عمودين على مستقيم من نقطة خارجه .

يمكن رسم دائرتين متقاطعتين في ﻡ ، ب . ويمكن رسم القطر ﻡ هـ والقطر ﻡ و . نرسم هـ و ونفرض انه قطع الدائرتين في حـ ، د .



د ﻡ حـ هـ قائمة لأنها في نصف دائرة ومقابلة للقطر ﻡ هـ ، د ﻡ ء و قائمة لأنها في نصف دائرة ومقابلة للقطر ﻡ و

∴ أ ء ، أ حـ عمودان على هـو من النقطة أ !

لابد أن خطأً وقع في البرهان أدى إلى هذه النتيجة المناقضة لما هو معروف . أين الخطأ ؟

« ٨٩ »

من زوجة من ؟

أربعة رجال وزوجاتهم الأربع جمعتهم سهرة في بيت أحدهم واسماؤهم الأولى هي :

يسري ، جميلة ، مريم ، إنصاف

هشام ، باسل ، لطيف ، رامي

وفي لحظة من السهرة شوهد ما يأتي :

(١) زوجة هشام تتحدث مع زوج يسري وليس مع زوجها .

(٢) رامي وانصاف لا يتحدثان وانما يرسمان لوحة .

(٣) باسل يدق على الطبلة ، ومريم تضرب على البيانو .

(٤) فاذا علم ان زوج انصاف ليس « باسل » . فعيّن لكل زوج زوجته .

« ٩٠ »

دعابة

قطار كهربائي يجري بين مدينتين مرتين في اليوم الواحد يذهب في الصباح ويرجع في المساء وسرعته ثابتة ٨٠ كم/ ساعة . وفي أحد الأيام كانت سرعة الريح ٢٠ كم/ ساعة والقطار متجه عكس اتجاه الريح تماماً . فما سرعة دخان القطار في هذه الرحلة ؟

القسم الثالث

المستوى الثالث

أرقى من السابقين

من الطرفة (٩١) إلى الطرفة (١٠١)

«٩١»

أربع أربعات

استخدم ٤ أربعات وما تشاء من الرموز والاشارات الحسابية لتعبر عن العدد ١٣ .

«٩٢»

صادق أم كاذب ؟

ينقسم سكان احدى الجزر النائية إلى قبيلتين – صوما وكوما . وهم يبدون للزائر الغريب متشابهين . ولكن أفراد صوما يقولون الصدق دائماً ، وأفراد كوما يقولون الكذب دائماً . . وذات مرة زار الجزيرة سائح يعرف القليل من عاداتهم ، والأقل من لغتهم ، فصادف ٣ أشخاص ا ، ب ، حـ فسأل السائح واحداً منهم «ا» قائلاً : «من أي قبيلة أنت ؟» فأجابه ا بكلمات لم يفهم السائح منها شيئاً . فسأل السائح (ب ، حـ) قائلاً ماذا قال رفيقكما ؟ وكانا يعرفان شيئاً من لغة السائح ، فقال ب : «قال انه من قبيلة صوما» وقال حـ : «قال انه من قبيلة كوما» .

الآن يأتي دورك أيها القارئ ، هل تعرف إلى أي القبيلتين ينتمي كل من ب ، حـ؟

«٩٣»

الرقم المجهول

عدد يتكون رمزه من ٣ أرقام وهي ٩ ، ٥ ، رقم آخر وليست بالضرورة بهذا الترتيب .

إذا طرح العـدد الناتج من عكس وضع أرقـامه من العـدد الأصلي ينتج عدد يتكون رمزه من الأرقام نفسها وبترتيب يختلف عن ترتيب الأرقام في العدد الأصلي وفي مقلوبه .

ما العدد الأصلي ؟

« ٩٤ »

عمليــة قسمة

في عملية قسمة ، المقسوم عليه ٤٢٩ .

والأرقام الأربعة من يمين المقسوم هي ٢٤١٤ .

وباقي القسمة ١٣٢ .

أوجد الثلاثة الأرقام اليمنى من خارج القسمة .

؟ ؟ ؟

٤ ١ ٤ ٢ × × × × × | ٤٢٩

١ ٣ ٢

« ٩٥ »

حاصل ضرب عاملين

كيف تجد مجموعة أعداد صحيحة موجبة إذا علم حاصل ضرب كل

منها في مجموع الأعداد الأخرى ؟

مثلاً : أوجد الأعداد الصحيحة الموجبة س ، ص ، ع ، إذا علم أن :

س (ص + ع) = ١٣٢

ص (س + ع) = ١٨٠

ع (س + ص) = ١٩٢

اكتفينا بثلاثة أعداد للتخفيف .

أما أنت فإذا نجحت فاكتب مسألة مماثلة على خمسة أعداد مثلاً وأوجدها .

« ٩٦ »

أطول القصار أم أقصر الطوال

عدد أفراد الكشافة في مدرسة ١٠٠ ، صفوا في شبكة ١٠ × ١٠ وطلب منهم المشرف أن يخرج إليه أطول واحد في كل صف ، واختار من العشرة الذين خرجوا أقصرهم وليكن « أ » وأرجع العشرة إلى أماكنهم . ثم طلب أن يخرج إليه أقصر واحد في كل عمود ، واختار من العشرة الذين خرجوا أطولهم وليكن « ب » وأرجع العشرة إلى أماكنهم .

الآن ، أيهما أطول أ أم ب ؟

« ٩٧ »

ماشيان وراكب عربة

قام أ ، ب ، حـ معاً في رحلة ، وكان معهما عربة تتسع لاثنين فقط . أ ، ب يقدران على المشي ، حـ لا يستطيع ذلك . اتفقوا في بدء الرحلة

بأن أ يمشي ، ب يركب مع حـ ، وبعد ساعة ينزل ب من العربة ويمشي ليواصل الرحلة ، أما حـ فيرجع بالعربة حتى يلاقي أ فيأخذه معه في العربة ، ويعود لمتابعة الرحلة حتى يلحقا ب . وعند ذلك تكون الرحلة قد انتهت ويستقر الجميع في المكان المقصود . فاذا كان سرعة مشي أ أو ب س كم/ ساعة ، وسرعة العربة ص كم/ ساعة ، أوجد :

أولاً – الزمن الذي كانت فيه العربة تقلّ شخصاً واحداً .

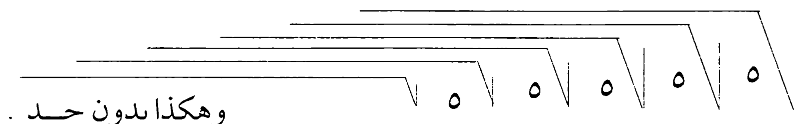
ثانياً – زمن الرحلة .

ثالثاً – مسافة الرحلة .

« ٩٨ »

جذور الجـــذر

أجــد قيمة المقدار



$$\sqrt{5+\sqrt{5+\sqrt{5+\sqrt{5+\sqrt{5+\cdots}}}}}$$

وهكذا بدون حــد .

« ٩٩ »

لعبة مجموعة أوراق اللعب

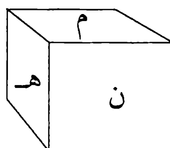
قل لزميلك : خذ مجموعة ورق اللعب (٥٢ ورقة) ، اعتبر قيمة الورقة التي عليها صورة ١٠ وقيمة كل ورقة أخرى بمقدار ما عليها من نقط كالمعتاد . اخلطها ، اكشف الورقة العليا لك لتعرف ما هي . ضعها على الطاولة مغطاة ، فإذا كانت قيمتها مثلاً ٥ فضع ورقة فوقها وعدها ٦ بغض

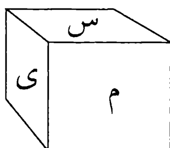
النظر عن قيمتها وضع ورقة فوقهما وعدّها ٧ وهكذا ورقة بعد ورقة حتى تصل بالعد إلى ١٢ . الآن تكون قد حصلت على كومة عدد أوراقها ٨ .

اعمل كومة أخرى بأن تكشف لك الورقة العليا من الباقي وتضعها مغطاة على الطاولة وتبدأ العد من قيمتها ، فلو كانت بنتا مثلاً فقل لنفسك ١٠ ثم ضع فوقها ورقة وقل ١١ ثم ورقة وقل ١٢ . الآن حصلت على كومة أخرى . اصنع من الباقي كومات أخرى بالطريقة نفسها إلى أن يبقى عدد من الأوراق لا يشكل كومة أي لا يصل فيها العد إلى ١٢ . الآن اخبرني عن عدد الكومات وعدد الأوراق المفردة ، أخبرك بمجموع القيم للأوراق السفلى في الكومات . سأكشف لك السر . . اطرح ٤ من عدد الكومات واضرب الباقي في ١٣ واجمع للحاصل عدد الأوراق المفردة . جرب هذه اللعبة لوحدك أو مع زميلك عدة مرات وستجد أن هذه القاعدة صحيحة دائماً . بقي عليك أن تفسرها رياضياً .

« ١٠٠ »

الوجه المقابل





أمامك مكعبان متماثلان كتبت على الوجوه الستة لكل منهما الحروف م ، ى ، س ، ن ، هـ ، ع . كما ترى حرفاً لكل وجه ، عين لكل وجه الحرف المكتوب على الوجه المقابل .

«١٠١»

لغــز الغــلاف

بكم طريقـة يمكن أن تـقـرأ عنوان الكتـاب «طرائف رياضيـة» في شكل الغلاف واضح انه يقرأ مرة بالسير يسـاراً في السطر الأول ويقـرأ مرة أخـرى بالسيـر إلى أسفل في العمود الأيمن ، وكـذلك تستطيع أن تقرأه بالسيـر يساراً ثم إلى أسفل ثم يساراً ثم إلى أسفل ثم . .

ويمكنك أن تقرأه بالسير إلى أسفل ثم يساراً ثم إلى أسفل ثم يساراً ثم . .

بعد هذا الارشاد احسب عدد الطرق كلها .

الحلول

حلول المستوى «الأول»

(١) المطلوب $\frac{٥}{٦ \times ٧}$، والحد الذي ترتيبه ن فيها $\frac{ن}{(ن + ١)(ن + ٢)}$

(٢) العـــدد الايســـر في كل صف هو الفـــرق بين الأيمن والأوسط ، والمطلوب = ٦ .

(٣) ٨ دقائق - زمن العزف لا يتغير .

(٤) بدون تعليق .

(٥) أب مع الابن .

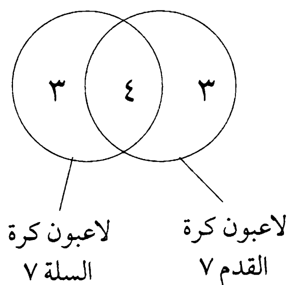
أو عم (أو عمة) مع ابن الاخ .

(٦) ٩٩٩٨٨٨

(٧) ٣ لا يلعبون كرة القدم ، ٣ لا يلعبون كرة السلة ، أي ٦ يلعبون لعبة واحدة .

يبقى ٤ يلعبون اللعبتين .

والشكل يوضح ذلك .



حل آخر : ٧ يلعبون كرة القدم + ٧ يلعبون كرة السلة = ١٤ لاعباً . لكن اللاعبين ١٠ وهذا يدل على أن ٤ يلعبون اللعبتين .

(٨) ١٠٢٣٤٥ .

(٩)

(١٠) العملية كاملة هي :

```
  ٨٥٧
  ٦٨٤ +
 ─────
 ١٥٤١
```

(١١) بدون تعليق .

(١٢) اضرب العدد في ٣ ينتج الذي بعده . والمطلوب ٨١ .

(١٣) ١٨ ضعف المقابل له .

(١٤) في القطب الشمالي . كل الأشعة المبتدئة من القطب الشمالي تشير نحو الجنوب .

(١٥) الخطأ في تطبيق قاعدة «ضرب الطرفين» فقد ضربنا الأعداد دون الوحدات ، وإذا طبقنا ذلك ينتج :

١ (دينار)^{٢} = ١٠٠٠٠٠٠ (فلس)^{٢} ولكننا لا نعرف معنى (دينار)^{٢} و (فلس)^{٢} . يتضح الأمر أكثر إذا استخدمنا الوحدات – المتر والسنتيمتر فتكون المسألة :

٤ متر = ٤٠٠ سنتيمتر

$\frac{١}{٤}$ متر = ٢٥ سنيمتر

وبالضرب ينتج ١ متر مربع = ١٠٠٠٠ سنتيمتر مربع ، وهذه النتيجة صحيحة ، ولا توجد مغالطة .

(١٦) بدون تعليق .

(١٧) ١ ، ٢ ، ٣ .

(١٨) قد يفكر المبتدئ بالاسلوب الآتي :

من قول ليلى ينتج ان عدد البنين عدد زوجي ، ومن قول خالد عدد البنات أقل من عدد البنين بواحد ، والعددان ٢ للبنين ، ١ للبنات لا يصلحان لأنه بذلك لا يكون لليلى اخوات .

فلنأخذ العددين ٤ للبنين ، ٣ للبنات وهي أعداد صالحة لافراد انجال عائلة وهي أيضاً تحقق الشروط المذكورة في النص .

والحل بالمعادلات كما يأتي : ن عدد البنين ، ت عدد البنات .

من ليلى : ن = ٢ (ت - ١)

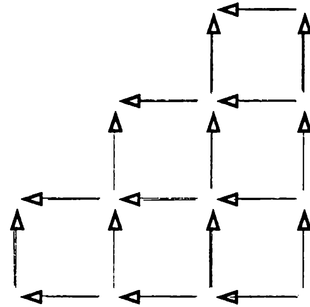
من خالد : ن - ١ = ت

من المعادلتين عدد البنين ٤ ، وعدد البنات ٣ .

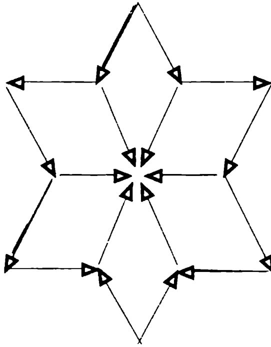
(١٩) أ) متساويان ب) $٣^{٣^{٣}} > (٣^{٣})^{٣}$ حيث ان الايمن = $٣^{٢٧}$ والأيسر = $٣^{٩}$

حـ) $٢^{٢٢}$.

(٢٠)



أو



(٢١) العملية كاملة

هي ⟵

```
      ٢ ٣
  ×   ٤ ٩
  -------
    ٢ ٠ ٧
    ٩ ٢
  -------
  ١ ١ ٢ ٧
```

(٢٢) يلزم ٣ أقفال ولكل قفل مفتاحان أي ٦ مفاتيح ، فإذا سمينا الاقفال ١ ، ٢ ، ٣ وكذلك مفاتيحها فيمكن توزيعها بحيث كل شريك يأخذ مفتاحين مختلفين مثلاً :

أ يأخذ المفتاح ١ والمفتاح ٢ .

ب يأخذ المفتاح ١ والمفتاح ٣ .

حـ يأخذ المفتاح ٢ والمفتاح ٣ .

(٢٣) ٢٤٠ − ١٨٠ = ٦٠ ٦٠ ÷ ٢ = ٣٠

يعطيه ٣٠ ديناراً .

حـ أو

٢٤٠ + ١٨٠ = ٤٢٠ ٤٢٠ ÷ ٢ = ٢١٠

٢٤٠ - ٢١٠ = ٣٠

(٢٤) إنها غرائب الأرقام .

وهناك عدد آخر أكبر من العدد المذكور في النص إذا ضرب في ٣ وقسم الحاصل على ٢ (عكس عمليتي اللعبة) يمكن إيجاد الجواب بالطريقة نفسها أي نقل الرقم الأيسر وجعله الأيمن .

والعدد هو ٢ ٨ ٨ ٥ ٠ ٧ ٤ ٦ ٧ ١ ١ ٤ ٩ ٢ ٥ ٣ .

والجواب هو ٣ ٢ ٨ ٨ ٥ ٠ ٧ ٤ ٦ ٧ ١ ١ ٩ ٢ ٥ .

تحقق من ذلك .

(٢٥) المطلوب ٢٥ وهو مربع ٥ .

(٢٦) ٤ تحته ضعفه ، ٥ تحته مربعه .

وعلى هذا النمط يتكون الشكل الثاني .

∴ س = ٢٠ ، ص = ٤٠٠

(٢٧) إنها مجموعة الأعداد الأولية في الأعداد ١ إلى ٢٢ والمطلوب العدد ١١ .

(٢٨) في المسار من مثلث إلى الذي تحته رأسياً (عمودياً) نضيف ١ ،

وفي المسـار من مثلث إلى المثلث الذي تحته جـانبياً سـواء يميناً أو يساراً نضيف

$٢ س = ١١ ، ص = ١٢$

(٢٩) بأخذ الجذر التربيعي للطرفين نحصل على

$|م| = |-م|$ وليس $م = -م$

وهذه النتيجة صحيحة وليس فيها مغالطة .

(٣٠) سكستليون = $(١٠)^{٢١}$ ورمزه ١ وعن يمينه ٢١ صفراً .

(٣١) بدون تعليق .

(٣٢) الحاضرون في السهرة هم : رجل وأخته . الرجل معه ابنه ولم تحضر زوجة الرجل والأخت معها ابنتها ولم يحضر زوج الأخت .

تحقق أن هؤلاء الأربعة تنطبق عليهم الألقاب المذكورة في النص .

(٣٣) الحد المئوي هو $١ - \frac{١}{١٠١} = \frac{١٠٠}{١٠١}$

حاصل الضرب المطلوب $= \frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤} \times \ldots \times \frac{٩٩}{١٠٠} \times \frac{١٠٠}{١٠١}$

وبعد الاختصار يصبح $\frac{١}{١٠١}$

(٣٤) م . م . أ للأعداد ٢ ، ٣ ، ٤ ، هو ١٢ .

كل ١٢ شخصاً يقدم لهم ٦ اطباق أرز ، ٤ أطباق خضار ، ٣ أطباق لحم والكل ١٣ طبقاً

∴ ٢٦ طبقاً تقدم إلى ٢٤ شخصاً . أي عددنا مع ضيوفنا ٢٤ .

ويمكن الحل بالمعادلة بفرض العدد المطلوب س

$$\frac{س}{٢} + \frac{س}{٣} + \frac{س}{٤} = ٢٦ .$$

ومنها س = ٢٤ .

(٣٥) لكل واحدة يمكن إيجاد أكثر من إجابة .

وفي ما يأتي نذكر إجابة لكل منها .

$$١ = ٤٤ \div ٤٤ .$$

$$٢ = \frac{٤}{٤} + \frac{٤}{٤}$$

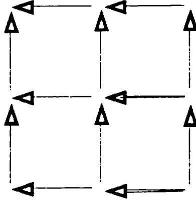
$$٣ = \frac{٤}{٤} + \frac{٤}{\sqrt{٤}}$$

$$٤ = \frac{٤}{\sqrt{٤}} + \frac{٤}{\sqrt{٤}}$$

$$٥ = \sqrt{٤} \times \sqrt{٤} + \frac{٤}{٤}$$

(٣٦) العمود عند رأس المستطيل يعتبر من الضلع الأطول ويعتبر كذلك من الضلع الاقصر . لذلك عدد الأعمدة على الضلع الأقصر = ١٢

(٣٧) بعد النقل يصبح الشكل



(٣٨) العملية كاملة بالارقام من اختلاف نواتج الطرح في الآحاد وفي العشرات ينتج س > ص . وينتج ٢ س = ص + ١٠ من تحقيق طرح الآحاد ، وبتجربة ٢ س = ١٦ أي س = ٨ .

٨	٦	٦	٦
	٨	٨	٨
٧	٧	٧	٨

، ص = ٦ ، ع = ٧ حيث الاعداد متتالية ، نجد أنها تحقق العملية كما ذكرناها .

(٣٩) قال أ : لو كان قرصي أسود وقد رآه زميلي لما كان هناك ما يحيره ، فالقرص الأسود وحيد وكان عليه ان يعرف ان قرصه أبيض ولكن ذلك لم يحصل . وما دام زميلي الذكي محتاراً فان قرصي أبيض .

(٤٠) اقلب البطاقة [٧] لتصبح [٨] ويسهل الحل .

١	٩	٦	٣	،	٢	٨	٥	٤	
١	٤	٦	٨	،	٩	٥	٣	٢	أو

حلول مسائل المستوى الثاني

(٤١) اجمع العدد إلى ترتيبه ينتج العدد الذي بعده والمطلوب ٢٢ .

(٤٢) ١٤ هو مجموع أرقام العددين ١٥ ، ٢٦ .

، ٥ هو مجموع أرقام العدد ١٤ وهكذا .

العدد المطلوب هو مجموع أرقام العددين ٥ ، ١٧ أي ١٣ .

(٤٣) ٥ سم لأن السوسة لم تنخر إلا المجلد الثاني .

(٤٤) لا تحتاج إلى إجابة .

(٤٥) الاختيار الصحيح منسجم مع التعريف « والحق على التعريف» .

(٤٦) $\frac{٧}{٧\ و} \times \frac{٧}{٧\ و}$ احدى الاجابات

(٤٧) طول خط الاستواء = المحيط = ٢ ط نق .

طول خط الاستواء بعد التصور = ٢ ط (نق + ١) .

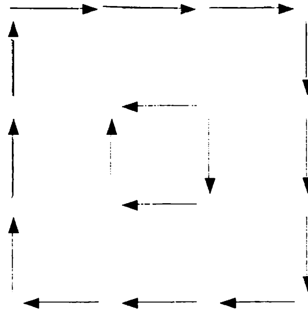
= ٢ ط نق + ٢ ط

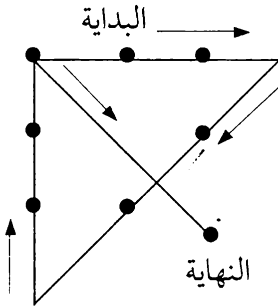
الزيادة في المحيط = ٢ ط نق + ٢ ط - ٢ ط نق

= ٢ ط = ٢ × ٣,١٤ = ٦,٢٨ متراً تقريباً .

(٤٨) مثلا (٩ + ٨ + ٧ + ٦ - ٥) × ٤ - ٣ + ٢ + ١ .

(٤٩)





(٥٠) ارسم الشبكة على ورقة عيّن نقطتين إضافيتين كما في الشكل (الابعاد الافقية والعمودية متساوية) . والشكل يبين البداية والمسار والنهاية .

(٥١) افرض العدد المختار س ، وستكون نتائج تنفيذ العمليات المطلوبة بالترتيب هكذا :

٥ س ثم ٥ س + ٦ ثم ٢٠ س + ٢٤

ثم ٢٠ س + ٣٣ ١٠٠ س + ١٦٥

الآن إذا طرحت من الناتج الأخير ١٦٥ ثم قسمت على ١٠٠ ترجع إلى العدد س .

بهذا يمكنك ان تبتكر عدداً من الحيل المماثلة بأن تفرض العدد س وتقترح سلسلة من العمليات المناسبة لتحصل على نتيجة أخيرة

سهلة ومنهل ترتب ما تعمله أنت في الناتج الأخير لتحصل على العدد المضمر . جرّب ذلك .

(٥٢) ١ ، ١ ، ١ ، ١١

وهي خمسة أرقام فردية تكون منها ٤ أعداد مجموعها ١٤ .

(٥٣) كل عدد ينتج من ضرب سابقه في ٢ . ثم طرح ١ والمطلوب ٩٧ .

أو اجمع لكل عدد العدد الذي ينقص عنه ١ ينتج العدد التالي في المتتابعة .

(٥٤) المجموع في العمود الأول ١٠ وفي الثاني ١١ وفي الثالث ١٢ وفي الخامس ١٤ ∴ في العمود الرابع ١٣ ∴ س = ٦

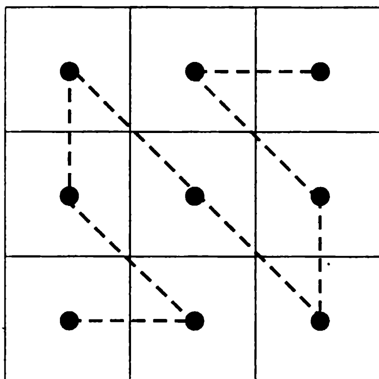
(٥٥) تتزايد الاعداد على المسار المرسوم بحيث كل عدد = مجموع سابقيه .

١ + ١ = ٢ ، ١ + ٢ = ٣

٢ + ٣ = ٥ ، ٣ + ٥ = ٨

٥ + ٨ = ١٣ ٨ + ١٣ = ٢١

١٣ + ٢١ = ٣٤ وهو العدد المطلوب



(٥٦) الاعداد ذات الترتيب الفردي تتزايد بمقدار ٣ فالمطلوب الأول ١٥ .

والاعداد ذات الترتيب الزوجي تتضاعف بالضرب في ٢ فالمطلوب الثاني ٨٠ .

(٥٧) بدون تعليق .

(٥٨)

		بعد الحركات						
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
الوعاء ٩	٨	٣	٣	٦	٦	١	١	٤
الوعاء ٥	٠	٥	٢	٢	٠	٥	٤	٤
الوعاء ٣	٠	٠	٣		٢	٢	٣	٠

(٥٩) الخطأ في القسمة على ب - أ لأن ب - أ تساوي صفراً ولا يجوز القسمة على الصفر .

(٦٠) وهذه حلول أخرى

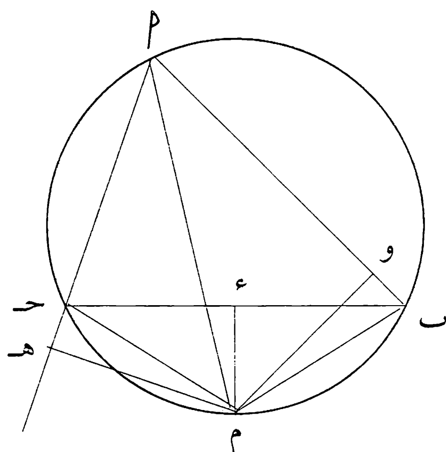
$$\frac{٢}{٦} = \frac{٣}{٩} = \frac{٥٨}{١٧٤}$$

، $$\frac{٣}{٦} = \frac{٩}{١٨} = \frac{٢٧}{٥٤}$$

، $$\frac{٢}{٤} = \frac{٣}{٦} = \frac{٧٩}{١٥٨}$$

(٦١) م م . أ للأعداد من ٢ إلى ١٠ هو ٢٥٢٠ فالعدد المطلوب يزيد عنه ١ أي ٢٥٢١ .

(٦٢) الخطأ هو الاعتماد على أشكال لا تبين الموقع الصحيح للنقطة م وكذلك موقعي العمودين م و ، م هـ . الموقع الصحيح للنقطة م هو منتصف القوس ب⌢حـ المقابل للزاوية ٲ في الدائرة المرسومة خارج المثلث ٲ ب حـ لأن كلا من نصف الزاوية ٲ والعمود المنصف للضلع ب⌢حـ ينصف هذا القوس . كذلك العمودان م هـ ، م و فأحدهما يلاقي ضلع المثلث والآخر يلاقي امتداد الضلع الآخر اذ يمكن اثبات ان الشكل ٲ ب م حـ (وهو رباعي دائري) فيه الزاويتان ٲ ب م ، ٲ حـ م ، أحداهما حادة والأخرى منفرجة . ويمكن تحقيق ما فات بالاضافة إلى البرهان النظري برسم الشكل بدقة كما في الشكل .



في هذا الشكل تظل العلاقتان الواردتان في النص (١) ، (٢) صحيحين أي ٲ و = ٲ هـ ، و ب = هـ حـ

لكن أ حـ = أ هـ - هـ حـ وليس كما في النص أ هـ + أ حـ

وبذلك يبطل الجمع في (١) ، (٢) معاً أو الطرح فيهما كذلك

ويبطل البرهان على أن أ ب = أ حـ .

(٦٣) بدون تعليق .

(٦٤) م . م . أ. للأعداد ٢ إلى ١٠ هو ٢٥٢٠ .

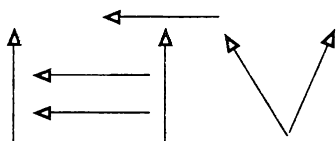
والمطلوب أقل بواحد عنه أي ٢٥١٩ .

(٦٥) المسافة بين الجوالين عند البدء = ٨ كيلو مترات . الفرق بين سرعتيهما ٦ - ٤ = ٢ كم/ ساعة .

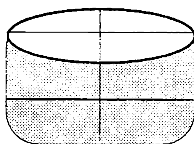
الزمن الذي مضى حتى لحق أحدهما بالآخر = ٨ ÷ ٢ = ٤ ساعات وهو الزمن الذي قضاه الكلب في مناورته .

∴ المسافة التي قطعها الكلب = ١٥ × ٤ = ٦٠ كيلو متر .

(٦٦) تصبح المساواة صحيحة في الشكل ونقرأ الجذر التربيعي الموجب للعدد ١ = ١ .



(٦٧) اضرب القالب بالسكين ضربة توازي الوجهين المستويين وتنصف ارتفاع القالب . والضربتان الباقيتان كما سبق متعامدتان بالمركز .



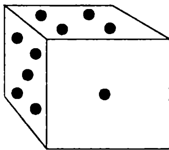
(٦٨) يمكن الاستعانة بما يأتي بالاضافة إلى التحفظات الواردة في النص . اقسم المربع إلى أربعة ارباع وحافظ على أن لا يتكرر شكل أو رقم في مربعات كل ربع ، وهذا التحفظ يؤدي إلى التحفظات السابقة ويساعد على الحل .

○٢	◇١	□٤	△٣
□٣	△٤	○١	◇٢
△١	□٢	◇٣	○٤
◇٤	○٣	△٢	□١

(٦٩) نلاحظ أن المقسوم عليه × ٨ يساوي عدداً من رقمين وان المقسوم عليه × عدد غير ٨ يساوي عدداً من ٣ أرقام هذا يؤدي إلى أن المقسوم عليه = ١٢ والعدد الآخر ٩ والأرقام الثلاثة اليسرى من المقسوم والعملية الكاملة هي :

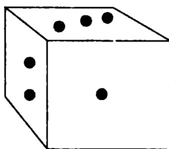
```
        ١٠٨
      ٩٠٨٠٩
١٢ | ١٠٨٩٧٠٩
     ١٠٨
     ----
        ٩٧
        ٩٦
        ----
        ١٠٩
        ١٠٨
        ----
          ١
```

(٧٠) الوجهان المتلاصقان على كل منهما ٢ ، حتى تجلب ١ على الوجه الأمامي للحجر الأيسر دحرجه بعيداً عنك ربع دورة فيظهر ٤ على الوجه العلوي ، ١ أمامك . هكذا شكل ١ .



شكل ١

حتى تجلب ٢ على الوجه الأيسر للحجر الأيسر نفسه دوّره دحرجَة جانبية نصف



شكل ٢

دورة فيتبادل الوجهان الأيمن والأيسر ويتبادل الوجهان العلوي والسفلي . فيظهر ٢ على الأيسر ، ٣ على العلوي .

(٧١) الأمر سهل يعطيه قطعة ٢٠ فلساً وقطعة ١٠ فلوس وواضح أن الثانية ليست ٢٠ فلساً وبهذا يتحقق الشرط أليس كذلك؟ هأ ! هأ !

(٧٢) كل عدد = $(٢)^{ن} - ١$ حيث ن ترتيب العدد . العدد المطلوب هو السادس ∴ يساوي $(٢)^{٦} - ١ = ٦٤ - ١ = ٦٣$.

أو اجمع للعدد عدداً يساويه واضف ١ ينتج التالي .

والعدد المطلوب = ٣١ + ٣١ + ١ = ٦٣

(٧٣)

	١٤	١٦	
		١٣	

(٧٤) إجابتان

العدد الذي يضرب في ٤٧ والحاصل من رقمين هو ١ أو ٢

٢١	
٩٨٧	٤٧
٩٤	
٤٧	
٤٧	
٠٠	

أو

١١	
٥١٧	٤١
٤٧	
٤٧	
٤٧	
٠٠	

(٧٥) بدون تعليق .

(٧٦) إذا كان الأول س فالثاني س + ٦

وإذا كان الثالث ص فالرابع ٩ ص

ولا يبقى إلا أن تكون معادلة الجمع بمجهولين

س + س + ٦ + ص + ٩ ص = ٨٠

أي س + ٥ ص = ٣٧

من معادلة واحدة بمجهولين لا نستطيع أن نحدد قيمة كل منهما ، فأي قيمة لواحد تؤدي إلى قيمة الآخر . ولكن النص يطلب القيم الصحيحة الموجبة فهذا الطلب يؤدي إلى تحديد قيم س ، ص .

عبر عن أحد المجهولين بدلالة الآخر مثلاً

س = ٣٧ - ٥ ص

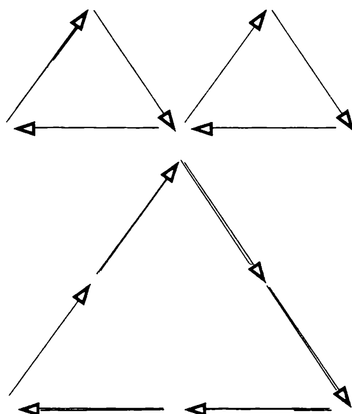
وحتى يكون س صحيحاً موجباً ، ص طبعاً كذلك لا تعوض بدل ص إلا القيم ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧

وينتج من هذا التعويض ٧ حلول كما يأتي :

ص (الثالث) ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

س (الأول)	٣٢	٢٧	٢٢	١٧	١٢	٧	٢
س + ٦ (الثاني)	٣٨	٣٣	٢٨	٢٣	١٨	١٣	٨
٩ ص (الرابع)	٩	١٨	٢٧	٣٦	٤٥	٥٤	٦٣

(٧٧) الشكل الناتج



(٧٨) في حالة رقم العشرات صفراً ، الأعداد تنقسم على ١١ إذا كان مجموع رقمي الآحاد والمئات ١١ حتى ينقسم على ١١ وجميعها هـــي ٢٠٩ ، ٩٠٢ ، ٣٠٨ ، ٨٠٣ ، ٤٠٧ ، ٧٠٤ ، ٥٠٦ ، ٦٠٥ . وفي حالة رقم العشرات ٣ ، الأعداد تنقسم على ١١ إذا كان الفرق بين مجموع رقمي الآحاد والمئات من ناحية ، ورقم العشرات من الناحية الأخرى ينقسم على ١١ ، أي إذا كان الفرق صفراً أو ١١ .

وفي الحالة الأولى يكون مجموع رقمي الآحاد والمئات ٣

وفي الحالة الثانية يكون مجموع رقمي الآحاد والمئات ١٤ .

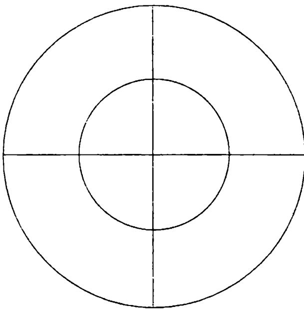
وفي الحالة الأولى تكون الأعداد هي ٣٣٠ ، ٢٣١ ، ١٣٢ .
وفي الحالة الثانية تكون الأعداد هي ٧٣٧ ، ٨٣٦ ، ٦٣٨ ، ٩٣٥ ، ٥٣٩ .

(٧٩) عرض الجزء الذي يحتوي الخطوط المحفورة =

$$\frac{٣٠,٥}{٢} - \left(\frac{١٢}{٢} + ١,٢٥ \right) = ٨ \text{ سنتيمترات}$$

الابرة في مسيرتها ترسم قوساً لدائرة مركزها الطرف الآخر لذراع السماعة ، ونصف قطرها طول ذراع السماعة ، ووتر هذا القوس طوله يساوي المسافة التي أوجدناها سابقاً أي ٨ سنتيمترات ، ولذلك فالمسافة المطلوبة أكثر قليلاً من ٨ سم ، ولا عليك من المعلومات الأخرى .

(٨٠) ارسم دائرة داخل الدائرة ومركزية معها ومساحتها $\frac{١}{٢}$ مساحة الأصلية ولذلك يكون طول نصف قطرها $\sqrt{\frac{١}{٢}}$ (أي $\frac{٥}{٧}$ تقريبا) من طول نصف قطر الأصلية ثم ارسم قطرين متعامدين كما في الشكل .



(٨١) ٢٠٠٠ ساعة إلى أقرب ١٠٠ ساعة .

(٨٢) من جمع الآحاد نرى أن س + ص = ١٠ والمحمول ١ ، ومن الرقم الخامس في حاصل الجمع نرى أن ص = ١ ،

∴ س = ٩

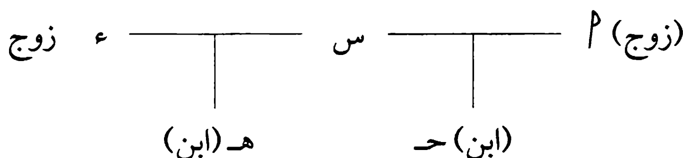
ومن جمع العشرات نرى أن ١ + ١٠ + ع = س + ١٠

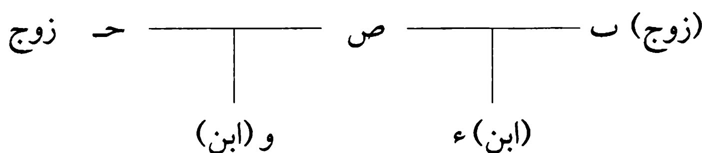
∴ ع = ٨ ، س = ٩ ، ص = ١

والعملية هي ←

	٩	٩	٩	٩
	١	١	١	١
	٨	٨	٨	٨
١	٩	٩	٩	٨

(٨٣) يمكن توضيح الأمر بالشكل الآتي :

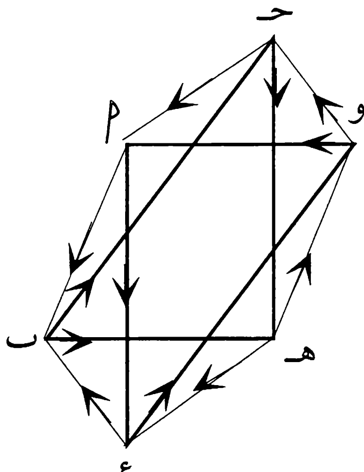




من النص والشكل يتبين أن هـ أخو حـ الذي هو أبو و أي أن هـ عم و . . . (١) كذلك هـ ابن ء الذي هو أخو و أي أن هـ ابن أخ و . . (٢) أي أن هـ عم و وابن أخيه في الوقت نفسه .
بعكس مدلول (٢) ، (١) ينتج أن و عم هـ وابن أخيه في الوقت نفسه ، هذا هو الجنون بعينه .

(٨٤) نقطة البدء أ .

المسار حسب السهم ، وهو :
(أ ب حـ أ ء ب
هـ ء و حـ هـ و أ)



(٨٥) الخطأ هو عدم تغيير إشارة التباينة عند الضرب في لو $\frac{١}{٢}$ ، لأن لو $\frac{١}{٢}$ عدد سالب ، وعند ضرب طرفي متباينة في عدد سالب يجب تغيير اتجاهها أي إشارتها من > إلى < وبالعكس .

(٨٦) بعد أن قطع الصياد ١٠٠ متر نحو الشمال وصل القطب الشمالي . ومنه جميع الأشعة تشير إلى الجنوب . لون الدب طبعاً

أبيض لأن الدب القطبي أبيض اللون .

(٨٧) ∴ ٣ن + ١ يساوي $\frac{٣}{٢}$ الباقي بعد الذي أكله الثالث والقرد ليلاً

∴ الباقي قبل الثالث والقرد (٣ن + ١) × $\frac{٣}{٢}$ + ١

وهكذا يكون الباقي قبل الثاني والقرد {(٣ن + ١) $\frac{٣}{٢}$ + ١} × $\frac{٣}{٢}$ × ١

وهكذا يكون الباقي قبل الأول والقرد ، أي العدد المطلوب =

[{(٣ن + ١) × $\frac{٣}{٢}$ + ١} × $\frac{٣}{٢}$ + ١] × $\frac{٣}{٢}$ + ١

نعوض ن = ١ ثم ٢ ثم ٣ . . حتى نصل إلى أن يكون المقدار مساوياً عدداً صحيحاً .

ن = ١ تجعل المقدار عدداً كسرياً ، ن = ٢ ينتج عدداً كسرياً .

وكذلك ن = أي عدد زوجي ثم ن = ٣ ، ن = ٥ كما سبق .

أما ن = ٧ فتنتج :

العدد = [{(٢١ + ١) × $\frac{٣}{٢}$ + ١} × $\frac{٣}{٢}$ + ١] × $\frac{٣}{٢}$ + ١ = ٧٩

وهو أقل عدد من حبات المانجو يجعل المسألة سائغة وتصلح للحل والتنفيذ .

(٨٨) الخطأ في فرضنا ان هـو قطع الدائرتين في حـ ، ء . والحقيقة أنه يجب أن يقطعها في نهاية الوتر المشترك أي في ب وبذلك ينطبق أحـ ، أء في فرضنا على أب ويكون أب هو العمود الوحيد المرسوم من أ على هـو.

(٨٩) زوج يسرى ليس هشام ، ولا يمكن أن يكون رامي أو باسل فهما لا يتحدثان . الأول منهمك في رسم اللوحة والثاني في دق الطبل ، لذلك زوج يسرى هو لطيف .

كذلك زوجة هشام ليست يسرى (من ١) أو انصاف (من ٢) أو مريم (من ٣) . لذلك زوجة هشام هي جميلة .

يبقى أن زوجة باسل هي مريم (لأنها من النص ليست انصاف) .

∴ زوجة رامي هي انصاف .

(٩٠) القطار كهربائي فليس له دخان . هأ ! هأ !

حلول مسائل المستوى الثالث

(٩١) ١٣ = $\sqrt{\frac{٤}{٤و}}$ + ٤ $\sqrt{٤}$

(٩٢) يعتمد الحل على أنه مهما كانت قبيلة الشخص فسيقول أنه من صوما . ذلك لأنه إذا كان من صوما فسيقول الصدق أي من صوما ، وإذا كان من كوما فسيقول كذباً أي من صوما أيضاً وعلى هذا لا يمكن أن يكون ﴿ قد قال إلا انه من صوما .

∴ ب روى ما قاله ﴿ صدقاً ∴ فهو أي ب من صوما .

، حـ روى ما قاله ﴿ كذباً ∴ فهو أي حـ من كوما .

(٩٣) أي عدد من ٣ أرقام يمثل بالمقدار ع + ١٠ ص + ١٠٠ ع

ومعكوسة يمثل بالمقدار ع + ١٠ ص + ١٠٠ س

وناتج الطرح = ٩٩ع - ٩٩ س

وهو عدد ينقسم مع ٩ ∴ مجموع أرقامه ينقسم على ٩

∴ الرقم المجهول في العدد الأصلي ٤

الأوضاع المحتمل مناقشتها هي :

العدد	٩٤٥	٩٥٤	٥٩٤
المعكوس	- ٥٤٩	- ٤٥٩	- ٤٩٥
		٤٩٥	

والحالة التي تحقق شرط باقي الطرح هو الوضع الأوسط .

أي أن العدد الأصلي المطلوب ٩٥٤ .

(٩٤) اطرح ١٣٢ من المقسوم ينتج عدد ينقسم على ٤٢٩ ، وكون أيمنه ٢ يمكننا من معرفة الرقم الأيمن من خارج القسمة وهو ٨ لا غير (٨ × ٩ أيمنه ٢) . ثم ابن عملية القسمة من آخرها :

	٤	١	٤	٢	×	×	٢	٤٢٩
			٤	٢	٨	٢	٠ + ؟ = ٤	
			٤	٧	٥	٢	٤	
٦ × ٤٢٩		١	٠	٥	٢			
٥ × ٤٢٩		٥	٤	١	٢		٦ + ؟ = ١١	
							٥	
١٣٢ + الحاصل الأخير	٤	٦	٥	٣				
٨ × ٤٢٩	٢	٣	٤	٣				
	٢	٣	١					

الرقم قبل الأخير ٥ لأن ٥ × ٩ أيمنه ٥ .

الرقم الذي قبله ٦ لأن ٦ × ٩ أيمنه ٤ .

والأرقام الثلاثة الأخيرة من اليمين ٦٥٨ .

للتحقيق اضرب ٤٢٩ في ٦٥٨ واجمع للحاصل ١٣٢ يكون الناتج

٢٨٢٨٤٢١٤ وهو يحقق ما ظهر من المقسوم في النص .

(٩٥) لاحظ ان الطرف الأيمن في كل معادلة في النص يتكون من حاصل ضرب عاملين ، وان العامل الأول هو أحد الأعداد ، وان العامل الثاني هو مجموع الأعداد الأخرى ، لذلك نحلل الطرف الأيسر في كل من المعادلات إلى عاملين بكل الطرق الممكنة ، ومن كل تحليل نميز زوج العاملين الذي يجعل س + ص + ع أي مجموع العاملين مساوياً عدداً ثابتاً فيها كلها هكذا :

١٣٢ = ١ × ١٣٢ = ٢ × ٦٦ = ٣ × ٤٤ = ٤ × ٣٣ = ٦ × ٢٢ = ١١ × ١٢

١٨٠ = ١ × ١٨٠ = ٢ × ٩٠ = ٣ × ٦٠ = ٥ × ٣٦ = ٦ × ٣٠ = ٩ × ٢٠ = ١٠ × ١٨ = ١٢ × ١٥

١٩٢ = ١ × ١٩٢ = ٢ × ٩٦ = ٣ × ٦٤ = ٤ × ٤٨ = ٦ × ٣٢ = ٨ × ٢٤ = ١٢ × ١٦

في هذه التحليلات الثلاث نجد أن مجموع عاملين في كل منهما ثابت (= ٢٨) وهي :

٦ × ٢٢ من الأول ، ١٠ × ١٨ من الثاني ، ١٢ × ١٦ من الثالث . العوامل الأولى في هذه الأزواج هي الأعداد الثلاثة وهي ٦ ، ١٠ ، ١٢ .

(٩٦) في الشكل جزء من الشبكة . وفرضنا أن ﺃ، ب موجودان فيها .

(١) إذا كان ب في نفس الصف الذي فيه ﺃ يكون ﺃ أطول من ب . .(١)

(٢) إذا كان ب في نفس العمود الذي فيه ﺃ فيكون ب اقصر من ﺃ أي ﺃ أطول من ب أيضاً . . . (٢)

(٣) وإذا كانا في صفين مختلفين وعمودين مختلفين كما في الشكل فلنفرض حـ الكشاف الذي يتقاطع عنده صف أ وعمود ب . الآن : أ أطول من حـ (في صف واحد) ، ب أقصر من حـ (في عمود واحد) أي حـ أطول من ب.



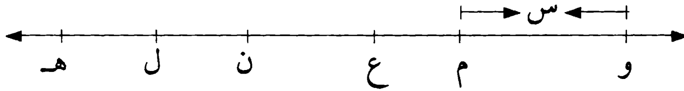




∴ أ أطول من ب في هذه الحالة أيضاً . . . (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) نرى أن أ أطول من ب في جميع الحالات .

(٩٧) ص



م نقطة وصول أ بعد ساعة ، ن نقطة وصول المركبة بعد ساعة ، ع نقطة تقابل المركبة وهي راجعة مع أ . الزمن الذي استغرقته المركبة وهي راجعة حتى تقابلت مع أ .

في ع = م ن / مجموع السرعتين = (ص − س) / (ص + س) ساعة وهو المطلوب أولاً

أ ع = (ص − س) / (ص + س) × س ، ع ن = (ص − س) / (ص + س) × ص .

عند التقابل في ع يكون ب قد قطع مسافة ن ل التي تساوي م ع
فيكون البعد ع ل = م ن = ص - س كيلومتر

العربة تلحق ب بعد زمن = $\frac{\text{ع ل}}{\text{فرق السرعتين}}$ = $\frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{ص} - \text{س}}$ = ١ ساعة

ويكون ب قد مشى بعد ل مسافة تساوي س كيلومتر .

الزمن كله = ١ + $\frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{ص} + \text{س}}$ + ١ = $\frac{\text{٣ ص} + \text{س}}{\text{ص} + \text{س}}$ وهو المطلوب ثانياً

المسافة كلها = و ن + ن ل + ل هـ .

= ص + $\frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{ص} + \text{س}}$ × س + س

= $\frac{\text{ص}^{٢} + \text{٣ ص س}}{\text{ص} + \text{س}}$ كيلومتراً وهو المطلوب ثالثاً .

(٩٨) نفرض قيمة المقدار = م . نربع المقدار وذلك بإزالة علامة الجذر الخارجية ويصبح الوضع بعد ذلك ٥ × المقدار نفسه لأن علامات الجذر لا تنتهي وينتج

ان ٥ × $\sqrt{\text{٥} \sqrt{\text{٥} \sqrt{\text{بدون حد}}}}$ = م^{٢} .

أي ٥ × م = م^{٢} .

وبالقسمة على م حيث م ≠ . ينتج أن م = ٥ أي أن قيمة المقدار = ٥ .

(٩٩) افرض ان قيم الأوراق السفلى في الكومات $ق_١$ ، $ق_٢$ ، $ق_٣$ ، $ق_٤$ ، . . ومجموعها ق وعدد الكومات ك وعدد الأوراق المفردة ع .

لاحظ ان عدد أوراق كل كومة = ١٣ - قيمة الورقة السفلى فيها وهذه الملاحظة هي سر الحل .

∴ عدد أوراق الكومة الأولى = ١٣ - $ق_١$.

و عدد أوراق الكومة الثانية = ١٣ - $ق_٢$.

. . . . وهكذا .

عدد أوراق كل الكومات = ١٣ × ك - ($ق_١$ + $ق_٢$ + $ق_٣$ + . .)

= ١٣ × ك - ق

عدد أوراق المجموعة كاملة = ٥٢

∴ ٥٢ - ع = ١٣ ك - ق

أي ق = ١٣ ك - ٥٢ + ع

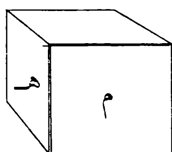
= (ك - ٤) × ١٣ + ع

أي أن : مجموع قيم الأوراق السفلى = (باقي طرح ٤ من عدد الكومات) × ١٣ ومجموع للحاصل عدد الأوراق المفردة .

(١٠٠) الوجه م يظهر أمامك مرتين أي في المكعبين ، والحرف ع لم يظهر ∴ ع يقابل م

عالج المكعب الأيمن لجلب م على الوجه الأمامي بدحرجته $\frac{١}{٤}$ دورة في اتجاهك فيصبح شكله هكذا :

م أمامك



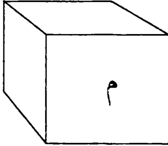
، هـ الوجه الأيسر .

، ن تحت .

، ومقابل ن فوق .

دحرج المكعب نفسه $\frac{١}{٤}$ دورة نحو اليسار ويصبح شكله هكذا :

م أمامك



، هـ تحت

مقابل ن يساراً

ومقابل هـ فوق

الآن بالمقارنة بين الشكل الأخير للأيمن مع المكعب الأيسر في النص نرى أن :

مقابل ن هو ى ومقابل هـ هو س . وسابقاً عرفنا ان مقابل م هو ع

(١٠١) حل لغز الغلاف .

ابدأ بالحرف ط عند رأس الزاوية العليا اليمنى وحتى تنتقل إلى الحرف ر أمامك طريقان ، ومع كل طريق منهما حتى تنتقل إلى الحرف م أمامك طريقان ، ومع كل طريق مما سبق حتى تنتقل إلى الحرف ى أمامك طريقان . وهكذا حتى تصل إلى الحرف الثاني طريقتان وحتى تصل إلى الحرف الثالث ٢ × ٢ من الطرق وحتى تصل إلى الحرف الرابع ٢ × ٢ × ٢ من الطرق وهكذا حتى نصل إلى الحرف الأخير (الحادي عشر) يوجد ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × . مكررة ١٠ مرات

∴ عدد الطرق المطلوبة = $(٢)^{١٠}$ = ١٠٢٤ .

ذيل : لبيان المسائل في أنواع

متتابعات وأنماط ١ ، ٢ ، ١٢ ، ١٣ ، ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٣٣ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ، ٧٢ ، ٧٣ .

أرقام وأعداد ٦ ، ٨ ، ١٧ ، ١٩ ، ٣٥ ، ٤٦ ، ٤٨ ، ٦٠ ، ٧٦ ، ٧٨ ، ٩١ ، ٩٣ .

مسائل ١٨ ، ٢٣ ، ٣٤ ، ٣٦ ، ٤٧ ، ٦١ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٨٠ ، ٨٧ ، ٩٥ ، ٩٨ ، ١٠١ .

ألغاز ٣ ، ١٤ ، ١٥ ، ٢٩ ، ٤٠ ، ٤٣ ، ٥٢ ، ٥٨ ، ٥٩ ، ٦٢ ، ٦٧ ، ٧١ ، ٧٩ ، ٨٥ ، ٨٦ ، ٨٨ ، ٩٠ ، ٩٧ .

منطقيات ٥ ، ٧ ، ٢٢ ، ٣٢ ، ٣٩ ، ٧٠ ، ٨٣ ، ٨٩ ، ٩٢ ، ٩٦ ، ١٠٠ .

اكمال عمليات ١٠ ، ٢١ ، ٣٨ ، ٦٩ ، ٧٤ ، ٨٢ ، ٩٤ .

اشكال وعيدان كبريت ٩ ، ٢٠ ، ٣٧ ، ٤٩ ، ٥٠ ، ٦٦ ، ٦٨ ، ٧٧ ، ٨٤ .

ألعاب ١١ ، ٢٤ ، ٥١ ، ٩٩ .

اقرأ ٤ ، ١٦ ، ٣٠ ، ٣١ ، ٤٤ ، ٤٥ ، ٥٧ ، ٦٣ ، ٧٥ ، ٨١ .

تم بحمد الله وعونه

هذا الكتاب

● من تقديم الكتاب للدكتور عدنان العقيل

هذا الكتاب «طرائف رياضية» حقاً كتاب طريف وجيد يخرج أم العلوم - الرياضيات - من صلابتها وتجردها ويضعها في متناول المثقف العادي سواء كان صغيراً أو كبيراً، كي يمكن الاستمتاع بقراءته أفراداً أو جماعة وقضاء وقت طيب معه يعمل المرء فيه فكره ويزيد من ثقافته العلمية.

● من مقدمة الكتاب

مسائل هذا الكتاب منها القديم الموروث ومنها الجديد ومنها المترجم ومنها المؤلف. منها ما اخترناه ومنها ما وضعناه منها ما يحل ذهنياً ومنها ما يحتاج إلى الورق والقلم.

فيها مسائل في الأعداد والغاز في مسائل وتسالي مع أعواد الكبريت ومسائل في العلاقات العائلية وتسالي في أشكال ومغالطات حسابية وجبرية وهندسية وغير ذلك.

● الكاتب في سطور

حسين محمود نجم - اسدود - فلسطين ١٩٢٤

عمل مدرساً للرياضيات في الابراهيمية الثانوية (القدس) والثقافة الثانوية (يافا) ثم في الكويت في المباركية الثانوية وثانوية الشويخ وثانوية الدعية ثم عين موجهاً بوزارة التربية ١٩٦٤ حتى تقاعد ١٩٨٦

شارك في تأليف ٣٥ كتاباً في الرياضيات المقررة على جميع مراحل التعليم العام من ١٩٥٦ إلى ١٩٧٨م